Astr. P.
94 r

Ausführliche Anleitung

zur

trigonometrischen Berechnung

der an

einem gegebenen Ort der Erdfläche

sichtbaren Sonnenfinsternisse,

nach

zwei verschiedenen sehr genauen Methoden,

erläutert

durch die Bestimmungen der Erscheinungen der großen Sonnenfinsterniß des 19. Novembers 1816 für den Nürnberger Meridian,

von

Johann Wolfgang Müller,

Professor der Mathematik am königl. Gymnasium zu Nürnberg.

Mit einer Kupfertafel.

Sulzbach,

in des Kommerzienraths J. E. Seidel Kunst- und Buchhandlung.

1816.

Bayerische Staatsbibliothek München

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Einleitung.

§. 1.

Die zur trigonometrischen Berechnung einer Sonnenfinsterniß für einen bestimmten Ort erforderlichen Stücke, sind

1) die genaue Zeitangabe der wahren, (aus dem Mittelpunkt der Erde gesehenen) Conjunction des Mondes mit der Sonne, (da nemlich die auf die Ecliptik reducirte und aus dem Mittelpunkt der Erde beobachtete Länge des Mondes mit der wahren Länge der Sonne genau übereinstimmt), für den bestimmten Ort,
2) für diesen Zeitpunkt die wahre, (aus dem Mittelpunkt der Erde gesehene) Länge und Breite des Mondes,
3) die stündliche Veränderung dieser Breite, wie viel sie nemlich während einer Stunde zu = oder abnimmt,
4) die stündliche wahre Bewegung des Mondes in der Ecliptik gerechnet, d. h. der Bogen der Ecliptik, um welchen die wahre, aus dem Mittelpunkt der Erde betrachtete, Länge des Mondes während einer Stunde zunimmt,
5) die Länge und die stündliche wahre Bewegung der Sonne in der Ecliptik,
6) der scheinbare horizontale Durchmesser des Mondes,
7) der scheinbare Durchmesser der Sonne,
8) die horizontale Aequatorialparallaxe des Mondes,
9) die horizontale Parallaxe der Sonne,
10) die gerade Aufsteigung der Sonne für die Zeit der wahren Conjunction,
11) die stündliche Aenderung dieser Aufsteigung,
12) die Polhöhe des Orts, für welchen die Sonnenfinsterniß berechnet werden soll.
13) die Schiefe der Ecliptik.

§. 2.

Diejenigen der eben angeführten Stücke, welche noch nicht gegeben sind, müssen erst berechnet werden, und eben so noch einige andere Stücke, welche erst in der Folge, da man sie braucht, aufgestellt werden sollen. Die Astronomen berechnen vermittelst der vorhandenen Sonnen- und Mondtafeln die genaue Zeit der wahren Conjunction für den gegebenen Ort, die Länge und die stündliche Bewegung des Mondes und der Sonne zu dieser Zeit. Ferner die wahre Breite des Mondes, seine horizontale Parallaxe, und aus dieser, den horizontalen Durchmesser des Mondes. Da in dem Berliner astronomischen Jahrbuch die erforderlichen Angaben schon genau berechnet sind, und die übrigen Stücke sich leicht daraus herleiten lassen, so ist es dem Zweck dieser Schrift gemäß, sich auf die im erwähnten astronomischen Jahrbuch für 1816, Seite 84 angegebenen Elemente für die am 19. November des Jahrs 1816 eintretende Sonnenfinsterniß zu beziehen.

§. 3.

Die in dem erwähnten Jahrbuch aufgestellten Elemente sind nun folgende:

Die Zeit des Neumonds oder die Zeit der wahren Conjunction des Mondes mit der Sonne in der Ecliptik, ist den 19. November, Vormittags um eilf Uhr, funfzehn Minuten, zwei und funfzig Secunden, für den Berliner Meridian, und nach wahrer Zeit. Der Mond befindet sich zu dieser Zeit noch vor seinem niedersteigenden Knoten, das heißt: er nähert sich demselben, folglich nimmt seine wahre Breite, die nördlich ist, während der Finsterniß immer mehr ab, je näher er dem Knoten kommt. Zu der Zeit dieser wahren Conjunction ist

1) die wahre Länge der Sonne und des Mondes in der Ecliptik 7 Zeichen, $27^{\circ}\ 1'\ 4''$
2) die wahre nördliche Breite des Monds $50'\ 30''$
3) die stündliche Abnahme dieser nördlichen Breite des Monds $3'\ 21'',7$

4) die stündliche Bewegung des Mondes von der Sonne in der Ecliptik gerechnet 34′ 11″,6

5) die stündliche Bewegung der Sonne ist zwar nicht angegeben, sie kann aber auf folgende Art leicht gefunden werden. Auf der 64. Seite dieses Jahrbuchs befinden sich die Angaben der Länge der Sonne für jeden wahren Mittag im November, und hier ist

die Länge der ⊙ am Mittag des 19. Nov.	7 Z. 27° 2′ 49″	
und die Länge der ⊙ am Mittag des 18. Nov.	7 Z. 26° 2′ 9″	
Also Unterschied in 24 Stunden	1° 0′ 40″	

oder 60′ 40″, folglich der Längenunterschied der ⊙ während einer Stunde $= \frac{60' 40''}{24} = 2' 31'',7$, d. h. die stündliche Bewegung der ⊙ ist $= 2' 31'',7$.

Da nun in Nro. 4. die stündliche wahre Bewegung des ☾ — der stündlichen Bewegung der ⊙ $= 34' 11'',6$ angegeben ist, so ist die stündliche wahre Bewegung des ☾ $= 34' 11'',6 +$ der stündlichen Bewegung der ⊙, d. h. die stündliche wahre Bewegung des ☾ ist $= 34' 11'',6 + 2' 31'',7$, oder $= 36' 43'',3$.

6) der scheinbare horizontale Halbmesser des Mondes 16′ 28″,

7) der scheinbare Halbmesser der Sonne 16′ 14″,

8) die horizontale Aequatorialparallaxe des Mondes 60′ 27″,

9) die horizontale Parallaxe der Sonne 9″,

10) die gerade Aufsteigung der Sonne für die Zeit der wahren Conjunction ist zwar nicht unmittelbar angegeben, aber man kann sie aus der angegebenen südlichen Abweichung der Sonne $= 19° 31' 2''$ leicht trigonometrisch berechnen, weil die Länge der Sonne $= l$, und die Abweichung der Sonne $= a$ gegeben ist. Denn es ist

$$\text{log. cosin der geraden Aufsteigung der Sonne} = \text{log. cos. } l + \text{log. } r - \text{log. cosin } a.$$

Nun ist $l = 7$ Z. $27^\circ\, 1'\, 4''$ (nach der Angabe in Nro. 1.)
und $a = 19^\circ\, 31'\, 2''$

also ist log. cosin der geraden Aufst. d. $\odot =$
log. cosin $237^\circ\, 1'\, 4'' +$ log. r — log. cosin $19^\circ\, 31'\, 2''$.

Es ist aber cosin $237^\circ\, 1'\, 4'' = -$ cosin $(237^\circ\, 1'\, 4'' - 180^\circ)$
$= -$ cosin $57^\circ\, 1'\, 4''$

und log. cosin $57^\circ\, 1'\, 4'' = 9,7359012$
log. r $= 10$
$19,7359012$
log. cosin $19^\circ\, 31'\, 2'' = 9,9743003$
$9,7616009$

Also das gesuchte $= -$ cos. $54^\circ\, 43'\, 14'' = +$ cos. $234^\circ\, 43'\, 14''$. Folglich ist die gerade Aufsteigung der Sonne zur Zeit der wahren Conjunction $= 234^\circ\, 43'\, 14''$.

Diese gerade Aufsteigung der Sonne kann man auch vermittelst des astronomischen Jahrbuchs auf eine leichtere Art finden. Nämlich Seite 64, sechste Columne ist

die gerade Aufsteigung der $\odot$ für den wahren Mittag
des 19ten Novembers $= 234^\circ\, 45'\, 3''$
und des 18ten Nov. $= 233^\circ\, 42'\, 30''$

Also 24stündiger Unterschied der
geraden Aufst. $= 1^\circ\, 2'\, 33''$
oder $62'\, 33''$

Daher ist die stündliche Veränderung der geraden Aufst. d. $\odot = \frac{62'\, 33''}{24} = 2'\, 36'', 4$. Nun sind vom Mittag des 18ten Novembers bis 11 Uhr 15' 52'' als der Zeit der wahren Conjunction, verlaufen 23 Stunden 15' 52'', also formire man folgenden Proportionalsatz:

1 St. : 23 St. $15'\, 52'' = 2'\, 36'', 4$ oder $156'', 4$
oder $3600'' : 83752'' = 156'', 4$.

log. 83752 $= 4,9229952$
log. 156,4 $= 2,1942367$
$7,1172319$
log. 3600 $= 3,5563025$
$3,5609294$

Nun ist die zu diesem Logarithmus gehörige Zahl = 3638,5 also die gesuchte Zahl 3638″,5 oder 60′ 38″,5 oder 1° 38″,5.

Hierauf zu der geraden Aufsteigung 233° 42′ 30″
addirt 1° 0′ 38″,5

so ist gerade Aufst. ☉ für die Zeit der wahren ☌ 234° 43′ 8″,5

Diese ist von der vorhin trigonometrisch berechneten ger. Aufst. d. ☉ 234° 43′ 14″ nur um 5,5 Secunden verschieden.

11) Die stündliche Aenderung dieser Aufsteigung. Diese ist, wie in der vorigen Nummer berechnet wurde, = 2′ 36″, 4.

12) Die Polhöhe von Nürnberg, für dessen Meridian die Sonnenfinsterniß berechnet werden soll, wird gewöhnlich zu 49° 26′ 55″ angegeben.

Diese Polhöhe, bei der die Erde als eine vollkommene Kugel vorausgesetzt wird, muß aber wegen der Abplattung der Erde verbessert werden. Es ist nemlich, (wenn die Abplattung der Erde = $\frac{1}{300}$ gesetzt wird,) bei der Polhöhe von 45° abzuziehen 11′ 29″ und bei der Polhöhe von 50° nur 11′ 19″, also bei der Polhöhe Nürnbergs 11′ 20″. Folglich ist die reducirte Polhöhe Nürnbergs = 49° 15′ 35″.

§. 4.

Die horizontale Aequatorialparallaxe des Mondes = 60′ 27″ oder 3627″ zur Zeit der wahren Conjunction des Mondes mit der Sonne, ist auch wegen der Abplattung der Erde, auf diejenige horizontale Mondsparallaxe, welche unter der Polhöhe des Orts, für welchen die Finsterniß berechnet wird, zu dieser Zeit statt findet, zu reduciren. Diese Reduction geschieht vermittelst der folgenden Formel, in welcher a die horizontale Aequatorialparallaxe des ☾, p die Polhöhe des Orts für welchen die Finsterniß berechnet wird, und x die gesuchte Verminderung der Parallaxe a bedeutet:

$$\log. x = \log. a + 2 \log. \sin. p - 22,4771213.$$

In unserm Beispiel ist a = 3627″ und p = 49° 27′ die Polhöhe Nürnbergs, welche zu diesem Behuf genau genug angegeben ist.

Nun ist log. a = log. 3627″ = 3,5595476
2 log. sin. p = 2 log. sin. 49° 27′ = 19,7614430

23,3209906
— 22,4771213

0,8438693

Die zu diesem Logarithmus gehörige Zahl ist = 6″,98 oder sehr nahe 7″. Diese 7 Secunden müssen nun von der horizontalen Aeq. Parallaxe des ☾ oder von 3627″ subtrahirt werden, so ist 3620″ oder 60′ 20″ die gesuchte Horizontalparallaxe für Nürnberg, zur Zeit der wahren ☌.

§. 5.

Endlich, da in dem astronomischen Berliner Jahrbuch die Zeit dieser wahren Conjunction für Berlin angegeben ist, so muß sie auf die wahre Nürnberger Zeit reducirt werden. Hiezu wird die Kenntniß der geographischen Länge von Nürnberg und Berlin erfordert. Die geographische Länge von Berlin ist genau 31° 2′ 15″, die geographische Länge von Nürnberg wird zu 28° 45′ auch zu 28° 44′ angegeben, ich nehme sie zu 28° 44′ 15″ an.

Also von 31° 2′ 15″
abgezogen 28° 44′ 15″

so ist der Längenunterschied in Graden 2° 18′ um welchen Berlin östlicher liegt.

Diesen Längenunterschied verwandelt man in Zeit, wenn man weiß, daß 1 Grad Längenunterschied vier Minuten Unterschied in Zeit giebt, indem man schließt:

1° : 2° 18′ = 4′
4

9′ 12″ Zeitunterschied.

Das heißt: wenn man zu Berlin 12 Uhr zu Mittag zählt, so zählt man zu dieser Zeit zu Nürnberg 12 Uhr — 9′ 12″, oder erst 11 Uhr, 50 Minuten, 48 Secunden.

§. 6.

Da nun nach §. 3. die wahre Conjunction des Mondes mit der Sonne den 19. November, Vormittags um 11 Uhr 15′ 52″ Berliner wahre Zeit eintrift, und man in diesem Zeitmoment zu Nürnberg erst 11 Uhr 15′ 52″ — 9′ 12″ wahre Zeit zählt, so trift der Neumond, oder die wahre Conjunction des Mondes mit der Sonne in der Ecliptik für den Nürnberger Meridian, den 19. November Vormittags um eilf Uhr, sechs Minuten, vierzig Secunden wahrer Zeit ein.

Erste trigonometrische Berechnungsart dieser Sonnenfinsterniß für den Nürnberger Meridian.

§. 7.

Zuerst werden hier die in den vorigen Paragraphen angegebenen und zum Theil in denselben berechneten, zu dem folgenden Calcul erforderlichen Elemente, zu besserer Uebersicht zusammengestellt.

Für Nürnberg stellt sich der wahre Neumond ein, den 19. November, Vormittags um 11 Uhr 6′ 40″ wahre Zeit,

alsdann ist zur Zeit dieser wahren ☌

die wahre Länge der ☉ und des ☾ in der Ecliptik 7 Zeichen	27° 1′ 4″
die wahre nördliche Breite des ☾	50′ 30″
die stündliche Abnahme dieser Breite des ☾	3′ 21″,7
die stündliche Bewegung der ☉ in der Ecliptik	2′ 31″,7
die stündliche wahre Bewegung des ☾ auf die Ecliptik reducirt	36′ 43″,3
der scheinbare horizontale Halbmesser des Mondes	16′ 28″
der scheinbare Halbmesser der Sonne	16′ 14″
die horizontale Parallaxe der Sonne	9″
die horizontale Aequatorialparallaxe des Mondes	60′ 27″
die abgeleitete horizontale Parallaxe des Mondes zu Nürnberg	60′ 20″

die horizontale Parallaxe des Mondes
von der Sonne = 60' 20" — 9" oder 60' 11"
die gerade Aufsteigung der Sonne 234° 43' 9"
die stündliche Aenderung dieser Aufsteigung 2' 36",4

Uebrigens ist noch
die wegen der sphäroidischen Gestalt der Erde
reducirte Polhöhe Nürnbergs 49° 15' 35"
Meridianunterschied zwischen Berlin und Nürnberg in Zeit 9' 12"
die Schiefe der Ecliptik 23° 27' 50"

§. 8.

Die Berechnung einer Sonnenfinsterniß für einen gegebenen Ort der Erdfläche wird dadurch weitläufig, daß der Mond, als ein der Erde naher Weltkörper eine beträchtliche Höhenparallaxe hat, folglich, von einem Punkt der Erdoberfläche betrachtet, merklich niedriger am Himmel erscheint, als wenn man annimmt, er werde vom Mittelpunkt der Erde aus gesehen. Seine scheinbare, von der Oberfläche der Erde aus bestimmte Höhe ist also merklich von seiner wahren, aus dem Mittelpunkt der Erde bestimmten Höhe verschieden. Wenn nun der durch den Mittelpunkt des Mondes gezogene Vertikalkreis mit der Ecliptik einen rechten Winkel macht, so bringt die Höhenparallaxe des Mondes keine Aenderung in der wahren Länge des Mondes hervor, aber sie verrückt die wahre Breite des Mondes genau um so viel gegen Süden zu, als sie selbst beträgt, das heißt: Höhenparallaxe und Breitenparallaxe des Mondes ist in diesem Fall einerlei. Wenn hingegen dieser Vertikalkreis einen schiefen Winkel mit der Ecliptik macht, so verursacht die Höhenparallaxe des Mondes eine Aenderung sowohl der wahren Länge als der wahren Breite des Mondes, deren Größe von der Beschaffenheit dieses Winkels, welchen man den parallactischen Winkel nennt, abhängt. Da man aber bei der Berechnung einer Sonnenfinsterniß für einen gewissen Ort, die Größe der Längen-

und Breitenparallaxe des Mondes kennen muß, um die scheinbare Stelle des Mondes in Beziehung auf die Sonne, aus seiner wahren Länge und Breite zu bestimmen, so muß man auf die Größe des parallactischen Winkels Rücksicht nehmen. Diese hängt mit dem wahren Abstand des Mondes von demjenigen Punkt der Ecliptik zusammen, der zur gegebenen Zeit in der über dem Horizont des gegebenen Orts befindlichen Hälfte der Ecliptik, gleichweit vom östlichen und westlichen Horizont absteht, nemlich von jedem der genannten Theile des Horizonts um 90 Grade, daher er auch der Neunzigste der Ecliptik genennt wird. Dieser Punkt der Ecliptik ist nemlich eben derjenige, durch welchen der Vertikalkreis durchgeht, der mit der Ecliptik rechte Winkel macht, und mit dem durch den Neunzigsten gehenden Breitenkreis einerlei Lage hat. Steht also der Mond im Neunzigsten oder wenigstens in dem durch diesen Punkt der Ecliptik gehenden Vertikalkreis, so verändert die Höhenparallaxe des Mondes die wahre Länge desselben nicht, (wie vorhin schon bemerkt wurde), sondern theilt sich ganz der wahren Breite mit. Steht aber der Mond vom Neunzigsten gegen Osten oder Westen zu ab, so verändert sich seine wahre Länge und seine wahre Breite, weil der parallactische Winkel schief wird. Man muß also bei jeder Bestimmung des scheinbaren Orts des Mondes den Neunzigsten und seine Höhe, oder denjenigen Abstand des Neunzigsten vom Horizont, berechnen, den der Bogen des durch den Neunzigsten gehenden Vertikalkreises, vom Horizont an gerechnet, mißt, hierauf durch Vergleichung der wahren Länge des Mondes mit der Länge des Neunzigsten, den wahren Abstand des Mondes vom Neunzigsten, endlich daraus vermittelst der wahren Höhe des Mondes und der Höhenparallaxe desselben, seine scheinbare Länge und Breite, folglich seine scheinbare Stelle am Himmel, an der er von einem gegebenen Ort der Erdoberfläche zur gegebenen Zeit gesehen wird, suchen. Noch ist zu bemerken, daß die durch die Höhenparallaxe des Mondes in den nördlichen Gegenden der Erde

bewirkte Aenderung der wahren Breite immer südlich ist, das heißt, die nördliche wahre Breite des Monds vermindert, seine südliche wahre Breite hingegen vermehrt wird. Bei der Aenderung der wahren Länge des Mondes kommt es aber darauf an, ob der Mond gegen Osten oder Westen von dem Neunzigsten der Ecliptik absteht. Denn da durch die Höhenparallaxe die Stelle des Mondes allemal gegen den Horizont zu gerückt, folglich in der Ecliptik gerechnet, die Stelle des Mondes, wofern er nicht im Neunzigsten oder dessen Vertikalkreis steht, vom Neunzigsten weiter weggerückt wird, nemlich in dem östlichen Theil der Ecliptik gegen Osten, im westlichen Theil derselben, gegen Westen, und man die Länge der Himmelskörper von Westen gegen Osten zu zählt, so wird durch die Höhenparallaxe des Mondes seine wahre Länge vermehrt, wenn sein Abstand vom Neunzigsten östlich, und vermindert, wenn dieser Abstand westlich ist.

§. 9.

Die erste Aufgabe, welche man bei dieser Berechnungsart einer Sonnenfinsterniß aufzulösen hat, ist: Für den gegebenen Ort der Erdoberfläche die scheinbare Länge des Mondes, zur Zeit der wahren Conjunction des Mondes mit der Sonne zu finden. Also wird für diesen Zeitpunkt zuerst die Länge und Höhe des Neunzigsten der Ecliptik berechnet, daraus vermittelst der horizontalen Mondsparallaxe die Längenparallaxe des Mondes und durch Addition oder Subtraction derselben die scheinbare Länge des Mondes zur Zeit der wahren ☌ bestimmt, wie jetzt gezeigt werden soll.

§. 10.

Um die Länge des Neunzigsten zu berechnen, muß man vorher die gerade Aufsteigung der Mitte des Himmels für den gegebenen Zeitpunkt und den gegebenen Ort, das heißt, denjenigen Punkt des Weltäquators finden, welcher zur Zeit der wahren ☌ in dem Meridian von Nürnberg steht, oder zu Nürnberg culminirt.

Man sucht also zuerst die Anzahl Grade des Aequators, um die sich die Sonne von dem Meridian Nürnbergs seit dem Mittag des vorigen Tages, oder des 18ten Novembers, da sie in diesem Meridian stund, entfernt hat. Nun sind von dem vorigen Mittag an gerechnet, bis 11 Uhr 6′ 40″ Vormittag des 19. Novembers, als der Zeit der wahren ☌, verlaufen 23 Stunden 6′ 40″, und während einer Stunde gehen 15° des Aequators durch den Meridian, also schließe man:

$$\text{1 Stunde} : 23^{\text{St.}}\ 6'\ 40'' = 15^{\circ}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \hline 69^{\circ}\ 20' \\ 5 \\ \hline 346^{\circ}\ 40' \end{array}$$

Folglich hat sich die Sonne seit dem vorigen Mittag bis zu dem Zeitpunkt der wahren ☌ von dem Meridian entfernt um 346° 40′ im Aequator gerechnet, steht zu diesem Zeitpunkt östlich von dem Meridian und zwar beträgt dieser östliche Abstand der Sonne von dem Meridian 360° — 346° 40′ oder 13° 20′. Diese 13° 20′ des Aequators von der geraden Aufsteigung der Sonne 234° 43′ 9″ abgezogen, geben die Mitte des Himmels = 221° 23′ 9″ für Nürnberg zur Zeit der wahren ☌.

§. 11.

Nun sey die gerade Aufsteigung der Mitte des Himmels = α, die reducirte Polhöhe des gegebenen Orts = β die Schiefe der Ecliptik = φ und ein gewisser Hülfswinkel = ω

so ist $\dfrac{\text{r tang. } \beta}{\text{sin. } \alpha} = \text{tang. } \omega.$

Hat man den Hülfswinkel ω vermittelst der Formel gefunden, so subtrahire man φ von ihm, der Rest $\omega - \varphi$ wird alsdann bei den folgenden Formeln gebraucht, um die Länge des Neunzigsten und dessen Höhe für den gegebenen Ort und die gegebene Zeit zu berechnen.

Nemlich es ist 1) $\dfrac{\text{tang. } \alpha \text{ cos. } (\omega - \varphi)}{\text{cos. } \omega} = \text{tang.}$ der Länge des Neunzigsten,

2) $\dfrac{\text{sin. } \beta \text{ sin. } (\omega - \varphi)}{\text{sin. } \omega} = \text{cosin.}$ der Höhe des Neunzigsten.

§. 12.

Für den gegenwärtigen Fall ist aber $\alpha = 221^\circ 23' 9''$ und $\beta = 49^\circ 15' 35''$, ferner ist $\varphi = 23^\circ 27' 50''$. Daher ist

$$\frac{r \,\text{tang.}\, 49^\circ 15' 35''}{\text{sin.}\, 221^\circ 23' 9''} = \text{tang. des Hülfwinkels } \omega.$$

oder $\frac{r \,\text{tang.}\, 49^\circ 15' 35''}{-\text{sin.}\, 41^\circ 23' 9''} = -\,\text{tang.}\, \omega.$

Also log. tang. $49^\circ 15' 35'' = 10{,}0648155$
log. r $= 10$

$20{,}0648155$

log. sin. $41^\circ 23' 9'' = 9{,}8202845$

$10{,}2445310$

Daher $-$ tang. $\omega = -$ tang. $60^\circ 20' 23'' = +$ tang. $(180^\circ - 60^\circ 20' 23'') = +$ tang. $119^\circ 39' 37''$, folglich

$\omega = 119^\circ 39' 37''$
davon ab $\varphi = 23^\circ 27' 50''$
so ist $\omega - \varphi = 96^\circ 11' 47''$

Da nun $\frac{\text{tang.}\, \alpha \cos. (\omega - \varphi)}{\cos.\, \omega} =$ tang. der Länge des Neunzigsten ist, so ist

$$\frac{\text{tang.}\, 221^\circ 23' 9'' \cos.\, 96^\circ 11' 47''}{\cos.\, 119^\circ 39' 37''} = \text{tang. d. Länge des Neunzigsten.}$$

oder $\frac{\text{tang.}\, 41^\circ 23' 9'' (-\cos.\, 83^\circ 48' 13'')}{-\cos.\, 60^\circ 20' 23''} = (+$ tang. der Länge des Neunzigsten.)

Also log. tang. $41^\circ 23' 9'' = 9{,}9450427$
log. cos. $83^\circ 48' 13'' = 9{,}0331690$

$18{,}9782117$

log. cos. $60^\circ 20' 23'' = 9{,}6944791$

$9{,}2837326$

Daher $+$ tang. der Länge des Neunzigsten entweder $+$ tang. $10^\circ 52' 45''$, oder $= +$ tang. $(10^\circ 52' 45'' + 180^\circ)$ d. i. $=$ tang. $190^\circ 52' 45''$, weil sowohl die Tangenten des ersten als des dritten Quadranten positiv sind. Folglich ist die Länge des Neunzigsten entweder $10^\circ 52' 45''$ oder $190^\circ 52' 45''$. Es entscheidet dieses aber die Mitte des Himmels,

oder die gerade Aufsteigung des im Meridian stehenden Punkt des Aequators. Da diese nemlich $221^\circ\,23'\,9''$ ist, d. h. in den dritten Quadranten des Kreises fällt, der Neunzigste aber von diesem Punkt nicht 90 Grade oder darüber abstehen kann, so muß die Länge des Neunzigsten in den dritten Quadranten des Kreises fallen, also $190^\circ\,52'\,45''$ seyn, das heißt: 6 Zeichen $10^\circ\,52'\,45''$.

Ferner ist $\frac{\sin.\beta\ \sin.(\omega-\varphi)}{\sin.\omega}$ = cos. der Höhe des Neunzigsten.

also in diesem Fall $\frac{\sin. 49^\circ\,15'\,35''\ \sin. 96^\circ\,11'\,47''}{\sin. 119^\circ\,39'\,37''}$ = cos. der Höhe des Neunzigsten.

oder $\frac{\sin. 49^\circ\,15'\,35''\,(+\sin. 83^\circ\,48'\,13'')}{+\sin. 60^\circ\,20'\,23''} = +$ cos. der Höhe des Neunzigsten.

Also $\log.\sin. 49^\circ\,15'\,35'' = 9{,}8794834$
$\log.\sin. 83^\circ\,48'\,13'' = 9{,}9974553$
$19{,}8769387$
$\log.\sin. 60^\circ\,20'\,23'' = 9{,}9390072$
$9{,}9379315$

Folglich $29^\circ\,54'\,30''$ = der Höhe des Neunzigsten zu Nürnberg zur Zeit der wahren ☌.

Nun war die wahre Länge des Mondes zur Zeit der wahren Conjunction 7 Zeichen $27^\circ\ 1'\ 4''$
und die Länge des Neunzigsten zu dieser Zeit 6 Zeichen $10^\circ\ 52'\ 45''$
wahrer Abstand des Mondes vom Neunz. 1 Zeichen $16^\circ\ 8'\ 19''$
und da die wahre Länge des Mondes größer ist, als die Länge des Neunzigsten, so steht der Mond vom Neunzigsten gegen Osten ab, also ist 1 Z. $16^\circ\,8'\,19''$ oder $46^\circ\,8'\,19''$ der östliche Abstand oder die östliche Elongation des Mondes vom Neunzigsten zur Zeit der wahren Conjunction.

§. 13.

Nun wird ferner die Längenparallaxe des Mondes von der Sonne zur Zeit der wahren ☌ gesucht. Es sey nemlich für eine gewisse Zeit, (2 Figur) A der wahre auf die Ecliptik reducirte Ort des Mondes, und B der wahre Ort des Mit-

telpunkts der Sonne in der Ecliptik, so ist AB der wahre Abstand des Mondes von der Sonne in der Ecliptik gerechnet. Wegen der Parallaxe aber wird von der Oberfläche der Erde aus, der Ort des Mondes in C und der Sonne in D gesehen, also ist AC die Längenparallaxe des Mondes und BD die Längenparallaxe der Sonne, welche letztere nur wenige Secunden beträgt. Folglich ist CD der scheinbare Abstand des Mondes von der Sonne. Nimmt man nun von der Längenparallaxe des Mondes AC die Linie CE, die der Längenparallaxe BD der Sonne gleich ist, weg, so ist EB=CD, d. h. die Linie EB ist dem scheinbaren Abstand des Mondes von der Sonne gleich. Man erhält also die Größe dieses Abstandes CD, wenn man annimmt, die Sonne werde von der Oberfläche der Erde aus in dem nemlichen Punkt B gesehen, wie vom Mittelpunkt der Erde aus, dafür aber die Längenparallaxe BD der Sonne von der Längenparallaxe des Mondes AC subtrahirt, dann ist AE die Längenparallaxe des Mondes weniger der Längenparallaxe der Sonne und heißt die Längenparallaxe des Mondes von der Sonne. Die wahre Länge des Mondes + oder — der Längenparallaxe des Mondes von der Sonne, heißt die scheinbare Länge des Mondes von der Sonne, diese von der wahren Länge der Sonne subtrahirt, gibt den scheinbaren Abstand EB von der in B ohne Wirkung der Parallaxe angenommenen Sonne, welcher dem Abstand CD gleich ist, den man erhält, wenn man die scheinbare Länge des Mondes von der scheinbaren Länge der Sonne subtrahirt. Auf die Größe der Längenparallaxe des Mondes hat aber ausser dem Winkel, den die Ecliptik mit dem durch den Mittelpunkt des Mondes gezogenen Breitenkreis macht, auch die Höhe des Mondes, oder seine Erhebung über dem Horizont im Vertikalkreis gerechnet, so wie die Größe seiner horizontalen Parallaxe an dem gegebenen Ort Einfluß. Es sollte also eigentlich die wahre Höhe des Mondes für den gegebenen Ort und die gegebene Zeit, ferner vermittelst der Horizontalparallaxe des

Mondes

Mondes für diesen Ort und diese Zeit, seine Höhenparallaxe und hierauf vermittelst der Länge und Höhe des Neunzigsten und der Höhenparallaxe des Mondes seine Längen- und Breitenparallaxe berechnet werden. Da aber diese Verfahrungsart weitläufig und mühsam ist, so hat schon Kepler durch Annäherungsformeln die Längen- und Breitenparallaxe des Mondes von der Sonne finden gelehrt. Diese Keplerschen Formeln sind zwar sehr einfach, und es ist sehr leicht, vermittelst derselben die gesuchten Stücke zu berechnen, weil sie aber in gewissen Fällen ein von der Wahrheit beträchtlich abweichendes Resultat geben, so hat Tobias Mayer solche verbessert, und diese verbesserten Formeln geben ein hinlänglich genaues Resultat.

Keplers Formel die Längenparallaxe des Mondes von der Sonne zu finden, ist, wenn der Unterschied der horizontalen Parallaxe des Mondes und der Sonne an dem gegebenen Ort und für die gegebene Zeit, (welcher Unterschied die Horizontalparallaxe des Mondes von der Sonne heißt) $= \gamma$, die Höhe des Neunzigsten $= \lambda$, und der wahre Abstand des Mondes vom Neunzigsten $= \delta$ gesetzt wird, folgende: (den Halbmesser $= 1$ angenommen,)

$\gamma \sin. \lambda \sin. \delta =$ Längenparallaxe des ☾ v. d. ☉.

Als Verbesserung kommt der Theil hinzu, in welchem a den Sinus einer Secunde bedeutet:

$$a \gamma^2 (\sin. \lambda)^2 \sin. \delta \cos. \delta$$

so daß die ganze verbesserte Formel ist:

$\gamma \sin. \lambda \sin. \delta + a\gamma^2 (\sin. \lambda)^2 \sin. \delta \cos. \delta =$ Längenparallaxe des ☾ v. d. ☉.

Vermittelst dieser verbesserten Formel soll nun jetzt die Längenparallaxe des Monds von der Sonne zur Zeit der wahren ☌ berechnet werden. Es ist nämlich $\gamma = 60' 11''$ oder $= 3611''$ (§. 4. und §. 7.) $\lambda = 29^\circ 54' 30''$ $\delta = 1$ Z. $16^\circ 8' 19''$ oder $= 46^\circ 8' 19''$ (§. 12.)

l. H. Parall. ☾ v. d. ☉	= log.	3611″	= 3,5576275
l. sin. Höhe d. Neunz.	= log. sin.	29° 54′ 30″	= 9,6977644 — 10
l. sin. Abst. ☾ vom N.	= log. sin.	46° 8′ 19″	= 9,8579462 — 10
			3,1133381
erste Zahl 1298″,2			
l. a.	= log. sin.	1″	= 4,6855749 — 10
2 l. Hor. P. ☾ v. d. ☉	= 2 log.	3611″	= 7,1152550
2 l. sin. Höhe d. Neunz.	= 2 log. sin.	29° 54′ 30″	= 19,3955288 — 20
l. sin. Abst. ☾ v. N.	= log. sin.	46° 8′ 19″	= 9,8579462 — 10
l. cos. Abst. ☾ v. N.	= log. cos.	46° 8′ 19″	= 9,8406806 — 10
Zweite Zahl 7″,8			0,8949855
dazu die erste Zahl 1298,2			
Summe 1306″			

Also ist die Längenparallaxe des Mondes von der Sonne zur Zeit der wahren Conjunction = 1306″ oder = 21′ 46″. Um diese wird die wahre Länge des ☾ vergrößert, weil der Mond östlich vom Neunzigsten steht. (§. 8.)

Nun ist wahre Länge des ☾ bei der wahren ☌	= 7 Z. 27° 1′ 4″
Längenparallaxe des ☾ v. d. ☉ bei der wahren ☌	= + 21′ 46″
Scheinbare Länge d. ☾ v. d. ☉ bei der wahren ☌	= 7 Z. 27° 22′ 50″

Da nun die wahre Länge der Sonne zur Zeit der wahren Conjunction nur 7 Z. 27° 1′ 4″ ist, die scheinbare Länge des Monds von der Sonne aber zu dieser Zeit 7 Z. 27° 22′ 50″ beträgt, folglich der scheinbare Abstand des Mondes von der Sonne 21′ 46″ gegen Osten zu ist, so ereignet sich die scheinbare Conjunction des Mondes mit der Sonne, (da nemlich Sonne und Mond von der Oberfläche der Erde betrachtet, einerlei scheinbare Länge haben,) eher als die wahre, aus dem Mittelpunkt der Erde gesehene Conjunction.

Zusammenstellung

der für den Zeitpunkt der wahren ☌, die sich um 11 Uhr 6′ 40″ Nürnberger wahrer Zeit ereignet, gehörigen Elemente.

Wahre Länge der Sonne	7 Z. 27° 1′ 4″
Gerade Aufsteigung der Sonne	234° 43′ 9″
Wahre Länge des Mondes	7 Z. 27° 1′ 4″

Gerade Auffsteigung der Mitte des Himmels	221° 23′ 9″
Länge des Neunzigsten	6 Z. 10° 52′ 45″
Höhe des Neunzigsten	29° 54′ 30″
Wahrer Abstand des ☾ vom Neunz. östlich	1 Z. 16° 8′ 19″
Längenparallaxe des ☾ v. d. ☉	+ 21′ 46″
Scheinbare Länge des ☾ v. d. ☉	7 Z. 27° 22′ 50″
Abstand der ☉ v. d. Nürnb. Meridian östlich	13° 20′

§. 14.

Die zweite Aufgabe, welche bei dieser Berechnungsart einer Sonnenfinsterniß für einen gegebenen Ort aufgelößt werden muß, ist: die Zeit der scheinbaren Conjunction des Monds mit der Sonne zu bestimmen.

§. 15.

Der Mond bewege sich (3 Figur) von G nach H, F sei der wahre Ort der Sonne und der auf die Ecliptik reducirte wahre Ort des Mondes zur Zeit der wahren Conjunction, und man nehme an, die Sonne bleibe in diesem Punkt F und habe auch keine Parallaxe. Ferner sei H der auf die Ecliptik reducirte scheinbare Ort des Mondes zur Zeit der wahren Conjunction, so ist FH der Unterschied der scheinbaren Länge λ des Mondes zur Zeit der wahren ☌ und seiner wahren Länge L, deren Endpunkt F ist, zu eben dieser Zeit, oder FH ist die Längenparallaxe des Mondes zur Zeit der wahren ☌. Gesetzt nun, man habe für die Zeit der wahren ☌ die Längenparallaxe des Mondes und daraus seine scheinbare Länge λ, deren Endpunkt H ist, berechnet, so suche man für eine bestimmte Zeit, z. B. eine halbe Stunde vor der Zeit der wahren ☌, (wenn die scheinbare ☌ der wahren ☌ vorhergeht), die wahre Länge l des Mondes, deren Endpunkt K ist, sodann seine Längenparallaxe KI, und daraus die scheinbare Länge ρ, deren Endpunkt I ist, welche der Mond eine halbe Stunde vor der Zeit der wahren ☌ hat, so ist $IH = \lambda - \rho$ oder = dem Unterschied der scheinbaren Länge λ des Mondes zur Zeit der wahren ☌

und der scheinbaren Länge ρ des Mondes eine halbe Stunde vor der Zeit der wahren ☌, oder IH ist der scheinbare Weg, den der auf die Ecliptik bezogene Mond in ihr während einer halben Stunde zurücklegt, und der die scheinbare halbstündliche Bewegung des Mondes in der Ecliptik heißt. Eben so kann man die Längenparallaxe FH des Mondes zur Zeit der wahren ☌ als den scheinbaren Weg betrachten, den der auf die Ecliptik reducirte Mond in einer noch unbekannten Zeit t zurücklegt. Denn F ist auch der Endpunkt der scheinbaren Länge des Mondes zur Zeit der scheinbaren ☌, wenn nämlich die Sonne in F als fix angenommen wird, und H der Endpunkt der scheinbaren Länge des Mondes zu der Zeit, wenn der Endpunkt seiner wahren Länge in F ist, das heißt, zur Zeit der wahren ☌, also ist die Zeit t, welche der Mond braucht den Raum FH scheinbar in der Ecliptik zurückzulegen, der Zeit gleich, die vom Zeitpunkt der scheinbaren ☌ bis zu dem Zeitpunkt der wahren ☌ verfließt, und welche gesucht wird. Nimmt man daher an, daß der Ort der Sonne in der Ecliptik sich während der Zeit t nicht ändert, daß ferner ihre wahre Länge mit ihrer scheinbaren einerlei sey, und der Mond sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit bewege, so kann man die Zeit t vermittelst der Proportion finden, in welcher m die Zeit bedeutet, die der Mond braucht, sich scheinbar durch den Raum IH zu bewegen, (welche in diesem Fall eine halbe Stunde ist).

$$IH : FH = m : t$$

weil bei vorausgesetzter gleichförmiger Bewegung des Mondes, die Zeiten den während derselben durchlaufenen Räumen proportional sind.

§. 16.

Allein 1) hat auch die Sonne eine, wiewohl geringe Längenparallaxe, 2) verändert sich auch ihre Länge in einer halben Stunde ohngefähr um $1\frac{1}{4}$ Minuten, diese Veränderung der Länge der Sonne während der gegebenen Zeit m sei = n.

Was 1) die Längenparallaxe der Sonne betrift, so wird diese dadurch berücksichtigt, daß man immer die Längenparallaxen des Mondes von der Sonne berechnet, nach §. 13.

Was aber 2) die Aenderung der Länge der Sonne während der Zeit t betrift, so wird diese dadurch in Rechnung gebracht, daß man in der vorhin angegebenen Proportion IH : FH = m : t von dem ersten Glied die Aenderung n der Länge der Sonne während der Zeit m subtrahirt, und folgenden Proportionalsatz anwendet:

$$(IH - n) : FH = m : t.$$

Denn es sei (4 Figur) M der Ort der Sonne zur Zeit der scheinbaren ☌ und F der Ort der Sonne bei der wahren ☌, so daß sich also die Länge der Sonne während der Zeit t um MF geändert hat, es sey ferner H der scheinbare auf die Ecliptik reducirte Ort des Mondes zur Zeit der wahren ☌, so ist statt der Linie FH, die Linie MH oder FH + MF in der obigen Proportion IH : FH = m : t zu setzen, also ist die richtige Proportion IH : FH + MF = m : t. Da nun die Zeit t noch unbekannt ist, so ist auch der in ihr zurückgelegte Raum der Sonne MF unbekannt. Er sey also = x, die gegebene Linie IH aber = a, und die gegebene Linie FH = b, so wird die Proportion IH : FH + MF = m : t so bezeichnet werden:

$$a : b + x = m : t.$$

Es verhält sich aber m : t = n : x, also ist $\frac{nt}{m} = x$, und diesen Werth statt x in der Proportion a : b + x = m : t gesetzt, giebt folgende Proportion:

$$a : b + \frac{nt}{m} = m : t$$

also ist $\frac{mb + nt}{a} = t$

und $mb + nt = at$

daher $mb = at - nt$ oder $= (a - n)t$

folglich $\frac{mb}{a-n} = t$ woraus die Proportion folgt

$$(a-n) : b = m : t$$

oder, wenn man wiederum die vorige Bezeichnung gebraucht

$$(IH-n) : FH = m : t.$$

§. 17.

Die Vorschriften also, um die Zeit der scheinbaren ☌ zu finden, sind folgende:

1) Man berechne die Längenparallaxe des ☾ v. d. ☉ für eine halbe Stunde vor der Zeit der wahren ☌, wenn die scheinbare ☌ der wahren vorhergeht, oder für eine halbe Stunde nach der Zeit der wahren ☌, wenn die scheinbare ☌ auf die wahre ☌ folgt.

2) Man berechne daraus die scheinbare Länge des ☾ v. d. ☉ für eine halbe Stunde vor oder nach der Zeit der wahren ☌, indem man die nach Nro. 1. gefundene Längenparallaxe des ☾ v. d. ☉ zur wahren Länge des ☾ für diesen Zeitpunkt addirt, wenn der Mond östlich von dem Neunzigsten absteht, oder von dieser wahren Länge subtrahirt, wenn der Mond gegen Westen von dem Neunzigsten absteht.

3) Man nehme den Unterschied zwischen der in Nro. 2. gefundenen scheinbaren Länge des ☾ v. d. ☉ und der scheinbaren Länge des ☾ v. d. ☉ zur Zeit der wahren ☌. Diese Differenz ist die scheinbare halbstündliche Bewegung des Mondes.

4) Man subtrahire von dieser scheinbaren halbstündlichen Bewegung des Mondes die wahre halbstündliche Bewegung der Sonne. Der Rest ist die scheinbare halbstündliche Bewegung des Monds von der Sonne.

5) Man schließe: die scheinbare halbstündliche Bewegung des Monds von der Sonne verhält sich zur Längenparallaxe des Monds von der Sonne bei der wahren ☌, wie eine halbe Stunde zu der Zeit, die zwischen der scheinbaren und wahren ☌ verfließt.

6) Diese gefundene, in Stunden, Minuten und Secunden ausgedrückte Zeit wird zur Zeit der wahren ☌ addirt, wenn die scheinbare ☌ auf die wahre ☌ folgt, oder von ihr subtrahirt, wenn die scheinbare ☌ vor der wahren ☌ eintritt. Die Summe im ersten Fall, oder der Rest im zweiten, giebt die Zeit an, da die scheinbare Conjunction sich ereignet.

§. 18.

Der in Nro. 1. des vorigen §. gegebenen Vorschrift wird dadurch Genüge geleistet, daß man wie im §. 12. die Länge und Höhe des Neunzigsten für eine halbe Stunde vor oder nach der Zeit der wahren ☌ sucht, und hierauf die Längenparallaxe des Monds von der Sonne wie im §. 13. vermittelst der verbesserten Kepler'schen Formel berechnet.

§. 19.

Die wahre ☌ ereignet sich um 11 Uhr 6′ 40″
davon ab 30′
10 Uhr 36′ 40″

Nun sind von dem vorigen Mittag bis 10 Uhr 36′ 40″ verflossen 22 Stunden 36′ 40″ diese Zeit reducirt auf Grade des Aequators, deren 15 während einer Stunde durch den Meridian gehen.

St.
22 36′ 40″
3
67° 50′
5
339° 10′

So viele Grade des Aequators steht die Sonne eine halbe Stunde vor der Zeit der wahren ☌ von dem Meridian gegen Westen gerechnet ab, also gegen Osten gerechnet $360^{\circ} - 339^{\circ}$ 10′ nämlich 20° 50′.

Die gerade Aufsteigung der Sonne zur Zeit der wahren ☌ ist 234° 43′ 9″, die stündliche Aenderung dieser Aufsteigung beträgt 2′ 36″, 4, folglich die halbstündliche Aenderung 1′ 18″, 2, wofür man 1′ 18″ nehmen kann. Diese 1′ 18″

subtrahirt von 234° 43′ 9″ geben 234° 41′ 51″ gerade Aufsteigung der Sonne eine halbe Stunde vor der Zeit der wahren ☌.

Von dieser geraden Aufsteigung 234° 41′ 51″ den östlichen Abstand der Sonne vom Meridian = 20° 50′ subtrahirt, so ist der Rest 213° 51′ 51″ die gerade Aufsteigung der Mitte des Himmels zu Nürnberg, eine halbe Stunde vor der Zeit der wahren ☌ = α. Uebrigens bedeutet, (wie im §. 11.) β die reducirte Polhöhe, = 49° 15′ 35″ und φ die Schiefe der Ecliptik, = 23° 27′ 50″.

§. 20.

Daher ist, nach §. 11. und 12,

$$\frac{r \text{ tang. } \beta}{\text{sin. } \alpha} = \frac{r \text{ tang. } 49^\circ\, 15'\, 35''}{\text{sin. } 213^\circ\, 51'\, 51''} = \text{tang. des Hülfswinkels } \omega$$

oder $\frac{r \text{ tang. } 49^\circ\, 15'\, 35''}{-\text{sin. } 33^\circ\, 51'\, 51''} = -\text{tang. } \omega$.

Es ist aber log. tang. 49° 15′ 35″ = 10,0648155
log. r = 10
20,0648155
log. sin. 33° 51′ 51″ = 9,7460312
10,3187843

daher — tang. ω = — tang. 64° 21′ 37″ = + tang. 115° 38′ 23″
also ω = 115° 38′ 23″.

Davon subtrahirt φ = 23° 27′ 50″, so ist $\omega - \varphi$ = 92° 10′ 33″.

Es ist ferner $\frac{\text{tang. } \alpha \text{ cos. } (\omega - \varphi)}{\text{cos. } \omega} = \frac{\text{tang. } 213^\circ\, 51'\, 51'' \text{ cos. } 92^\circ\, 10'\, 33''}{\text{cos. } 115^\circ\, 38'\, 23''}$
= tang. der Länge des Neunzigsten.

oder $\frac{\text{tang. } 33^\circ\, 51'\, 51'' \,(-\text{cos. } 87^\circ\, 49'\, 27'')}{-\text{cos. } 64^\circ\, 21'\, 37''}$ = + tang. der Länge des Neunzigsten.

Nun ist log. tang. 33° 51′ 51″ = 9,8267644
log. cos. 87° 49′ 27″ = 8,5793985
18,4061629
log. cos. 64° 21′ 37″ = 9,6361978
8,7699651

Also ist $3^\circ\, 22'\, 10'' + 180^\circ$ oder $183^\circ\, 22'\, 10''$ oder 6 Z. $3^\circ\, 22'\, 10''$ = der Länge des Neunzigsten eine halbe Stunde vor der wahren ☌.

Endlich ist $\frac{\sin. \beta \sin. (\omega - \varphi)}{\sin. \omega} = \frac{\sin. 49^\circ\, 15'\, 35'' \sin. 92^\circ\, 10'\, 33''}{\sin. 115^\circ\, 38'\, 23''} =$ cos. der Höhe des Neunzigsten.

oder $\frac{\sin. 49^\circ\, 15'\, 35'' \sin. 87^\circ\, 49'\, 27''}{\sin. 64^\circ\, 21'\, 37''} =$ cos. der Höhe d. N.

Nun ist log. sin. $49^\circ\, 15'\, 35''$ =	9,8794834
log. sin. $87^\circ\, 49'\, 27''$ =	9,9996868
	19,8791702
log. sin. $64^\circ\, 21'\, 37''$ =	9,9549815
	9,9241887

Also ist $32^\circ\, 52'\, 42''$ = der Höhe des Neunzigsten zu Nürnberg eine halbe Stunde vor der wahren ☌.

Nun ist nach §. 7. die stündliche wahre Bewegung des Mondes in der Ecliptik $36'\, 43''$,3 also die halbstündliche = $18'\, 22''$.

Es war aber bei der wahren ☌ die wahre Länge des ☾

	7 Z. $27^\circ\, 1'\, 4''$
davon die wahre halbstündl. Beweg. des ☾ ab	$18'\, 22''$
wahre Länge des ☾ ½ St. vor d. wahren ☌	7 Z. $26^\circ\, 42'\, 42''$
davon ab die Länge des Neunzigsten	6 Z. $3^\circ\, 22'\, 10''$
wahrer Abstand des ☾ von d. N. gegen Osten	1 Z. $23^\circ\, 20'\, 32''$

§. 21.

Nun wird ferner die Längenparallaxe des ☾ v. d. ☉ ½ Stunde vor der wahren ☌ nach der in dem §. 13. angegebenen verbesserten Kepler'schen Formel gesucht.

l. H. Parall. ☾ v. d. ☉	= log. 3611	= 3,5576275
l. sin. Höhe des Neunz.	= log. sin. $32^\circ\, 52'\, 42''$	= 9,7346854 — 10
l. sin. Abst. ☾ v. Neunz.	= log. sin. $53^\circ\, 20'\, 32''$	= 9,9042912 — 10
		3,1966041

erste Zahl $1572''$,5.

l. s. = log. sin. 1″ = 4,6855749 — 10
2 l. H. Parall. ☾ v. d. ☉ = 2 log. 3611 = 7,1152550
2 l. sin. Höhe d. Neunz. = 2 log. sin. 32° 52′ 42″ = 19,4693708 — 20
l. sin. Abst. ☾ v. Neunz. = log. sin. 53° 20′ 32″ = 9,9042912 — 10
l. cos. Abst. ☾ v. Neunz. = log. cos. 53° 20′ 32″ = 9,7759991 — 10

0,9504910

Zweite Zahl 8″,9
dazu die erste Zahl 1572″,5
Summe 1581″,4

Also ist die Längenparallaxe des ☾ v. d. ☉ ½ St. vor der wahren ☌ = 1581″,4 oder = 26′ 21″,4.

Nun ist wahre Länge des ☾ ½ St. v. d. w. ☌ = 7 Z. 26° 42′ 42″
Längenparallaxe des ☾ v. d. ☉ z. dieser Zeit = + 26′ 21″,4
Nro. 2. Scheinbare Länge des ☾ v. d. ☉ ½ St. v. d. w. ☌ = 7 Z. 27° 9′ 3″,4
Scheinbare Länge d. ☾ v. d. ☉ b. d. w. ☌ war = 7 Z. 27° 22′ 50″ (§. 13.)
Nro. 3. Differ. oder halbst. scheinb. Bew. d. ☾ = 13′ 46″,6
davon subtrahirt die halbst. Beweg. d. ☉ = 1′ 15″,8 (§. 7.)
Nro. 4. halbst. scheinb. Bew. d. ☾ v. d. ☉ = 12′ 30″,8

§. 22.

Hierauf schließe man nach der in Nro. 5. des 17ten §. gegebenen Regel: die scheinb. ½ stündl. Bewegung des ☾ von der ☉ = 12′ 30″,8 verhält sich zur Längenparallaxe des ☾ von der ☉ bei der wahren ☌ = 21′ 46″ (§. 13.) wie eine halbe Stunde zu der gesuchten Zeit. Also

12′ 30″,8 : 21′ 46″ = ½ St. : x St.
60 60
750,8 : 1306 = ½ : x
653 | 0 Stunde
60
7508 | 391800 | 52 Minuten
16400
1384
60
| 83040 | 11 Secunden
7960

Es trift also zu Nürnberg die scheinbare ☌ 52 Minuten 11 Secunden vor der wahren ☌ ein. Die wahre ☌ ereignet sich aber zu Nürnberg um

11 Uhr 6′ 40″ wahrer Nürnb. Zeit, Vorm.
(nach N. 6. §. 17.) davon ab 52′ 11″
Rest 10 Uhr 14′ 29″ wahre Zeit.

Die scheinbare ☌ ereignet sich also für Nürnberg um 10 Uhr 14′ 29″ Vormittag wahre Zeit.

§. 23.

Die dritte Aufgabe ist: für die Zeit der scheinbaren Conjunction des Mondes mit der Sonne die scheinbare Länge und Breite des Monds von der Sonne zu finden, theils um die eben berechnete Zeit der scheinbaren ☌ zu verbessern, wenn sie einer Berichtigung bedarf, theils um solche bei der Auflösung der folgenden Aufgaben zu gebrauchen.

Es muß also wiederum zuerst die Länge und Höhe des Neunzigsten für den gegebenen Ort zur Zeit der scheinbaren Conjunction, daraus die Längen- und Breitenparallaxe des ☾ v. d. ☉ für diese Zeit, vermittelst der verbesserten Keplerschen Formeln, und endlich die scheinbare Länge und Breite des ☾ v. d. ☉ zur Zeit der scheinbaren ☌ nach der Art wie bisher, berechnet werden.

§. 24.

Die scheinbare ☌ ereignet sich um 10 U. 14′ 29″, von dem vorigen Mittag bis zu dieser Zeit sind verlaufen 22 Stunden 14′ 29″, diese reducirt auf Grade des Aequators

22 St. 14′ 29″
3
66° 43′ 27″
5
333° 37′ 15″

Um so viele Grade des Aequators steht die Sonne zur Zeit der scheinbaren ☌ von dem Nürnberger Meridian, gegen Westen gerechnet, ab, also gegen Osten 360° — 333° 37′ 15″, oder 26° 22′ 45″.

Die Zeit der wahren ☌ ist 11 U. 6′ 40″
Die Zeit der scheinbaren ☌ 10 U. 14′ 29″
Differenz 52′ 11″ oder 3131″

Die stündliche Aenderung der geraden Aufsteigung der Sonne ist 2′ 36″,4 oder 156″,4 (§. 7.) Man berechne also, wie viel diese Aenderung in 52′ 11″ beträgt, vermittelst der Proportion

Zeitsecunden. Zeitsecunden.
$3600 : 3131'' = 156'',4 : x$

log. 156,4 = 2,1942367
log. 3131 = 3,4956831
5,6899198
log. 3600 = 3,5563025
2,1336173

also ist $x = 136'' = 2'\,16''$.

Es ist aber die gerade Aufsteigung der Sonne zur Zeit der wahren ☌ um 11 U. 6′ 40″ = 234° 43′ 9″ (§. 7.)
davon ab 2′ 16″
so ist die ger. Aufst. d. ☉ bei der scheinb. ☌ = 234° 40′ 53″
der östliche Abstand d. ☉ vom Meridian = 26° 22′ 45″
gerade Aufst. d. Mitte d. H. b. d. scheinb. ☌ = 208° 18′ 8″ = α.

Uebrigens bedeutet (wie im §. 11.) β die reducirte Polhöhe Nürnbergs = 49° 15′ 35″ und φ die Schiefe der Ecliptik = 23° 27′ 50″.

§. 25.

Daher ist, nach §. 11 und 12

$$\frac{r \text{ tang. } \beta}{\sin. \alpha} = \frac{r \text{ tang. } 49^\circ\, 15'\, 35''}{\sin. 208^\circ\, 18'\, 8''} = \text{tang. } \omega$$

oder $$\frac{r \text{ tang. } 49^\circ\, 15'\, 35''}{-\sin. 28^\circ\, 18'\, 8''} = -\text{ tang. } \omega.$$

Es ist aber log. tang. 49° 15′ 35″ + log. r = 20,0648155
log. sin. 28° 18′ 8″ = 9,6758905
10,3889250

daher — tang. ω = — tang. 67° 47′ 7″ und + tang. ω = + tang. 112° 12′ 53″.

Also $\omega = 112^\circ\ 12'\ 53''$, davon subtrahirt $\varphi = 23^\circ\ 27'\ 50''$ so ist $\omega - \varphi = 88^\circ\ 45'\ 3''$.

Es ist ferner

$$\frac{\text{tang. } \alpha \text{ cos. } (\omega - \varphi)}{\text{cos. } \omega} = \frac{\text{tang. } 208^\circ\ 18'\ 8''\ \text{cos. } 88^\circ\ 45'\ 3''}{\text{cos. } 112^\circ\ 12'\ 53''} = \text{tang.}$$

der Länge des Neunz.

oder $\frac{\text{tang. } 28^\circ\ 18'\ 8''\ \text{cos. } 88^\circ\ 45'\ 3''}{-\text{cos. } 67^\circ\ 47'\ 7''} = -\text{tang.}$ der L. d. N.

Es ist aber log. tang. $28^\circ\ 18'\ 8'' = 9{,}7311813$
log. cos. $88^\circ\ 45'\ 3'' = 8{,}3384631$
18,0696444
log. cos. $67^\circ\ 47'\ 7'' = 9{,}5775822$
8,4920622

daher ist $180^\circ - 1^\circ\ 46'\ 45''$ oder $178^\circ\ 13'\ 15''$ = der Länge des Neunzigsten zur Zeit der scheinbaren ☌, oder = 5 Zeichen $28^\circ\ 13'\ 15''$ um 10 Uhr 14′ 29″.

Endlich ist $\frac{\text{sin. } \beta \text{ sin. } (\omega - \varphi)}{\text{sin. } \omega} = \frac{\text{sin. } 49^\circ\ 15'\ 35''\ \text{sin. } 88^\circ\ 45'\ 3''}{\text{sin. } 112^\circ\ 12'\ 53''} = \text{cos.}$

der Höhe des Neunzigsten

oder $\frac{\text{sin. } 49^\circ\ 15'\ 35''\ \text{sin. } 88^\circ\ 45'\ 3''}{\text{sin. } 67^\circ\ 47'\ 7''} = \text{cos.}$ der Höhe des N.

Nun ist log. sin. $49^\circ\ 15'\ 35'' = 9{,}8794834$
log. sin. $88^\circ\ 45'\ 3'' = 9{,}9998967$
19,8793801
log. sin. $67^\circ\ 47'\ 7'' = 9{,}9665047$
9,9128754

Also ist $35^\circ\ 5'\ 31''$ = der Höhe des Neunzigsten um 10 Uhr 14′ 29″.

§. 26.

Nach §. 7. ist die stündliche wahre Bewegung des Mondes in der Ecliptik = 36′ 43″,3 oder = 2203″,3. Man berechne, wie viele Secunden die wahre Bewegung des Mondes während 52′ 11″ oder 3131 Zeitsecunden, als dem Zeitunterschied zwischen der wahren und scheinbaren ☌ beträgt, vermittelst der Proportion:

Zeitsecunden Zeitsecunden
3600 : 3131 = 2203″,3 : y

log. 2203″,3 = 3,3430736
log. 3131″ = 3,4956831
6,8387567
log. 3600″ = 3,5563025
3,2824542

so ist y = 1916″,2 = 31′ 56″,2.

Es ist aber bei d. wahren ☌ d. wahre L. d. ☾	= 7 Z. 27° 1′ 4″
davon die berechnete wahre Beweg. d. ☾ ab	31′ 56″,2
wahre Länge des ☾ um 10 U. 14′ 29″	= 7 Z. 26° 29′ 7″,8
davon ab die Länge des Neunz.	= 5 Z. 28° 13′ 15″
wahrer Abst. d. ☾ vom Neunz. gegen Ost.	= 1 Z. 28° 15′ 52″,8.

§. 27.

Die Längenparallaxe des ☾ v. d. ☉ für diese Zeit wird vermittelst der im §. 13. angegebenen verbesserten Kepler'schen Formel gesucht:

l. Hor. Parall. d. ☾ v. d. ☉	= log. 3611	= 3,5576275
l. sin. Höhe des Neunz.	= log. sin. 35° 5′ 31″	= 9,7595849 — 10
l. sin. Abst. d. ☾ v. Neunz.	= log. sin. 58° 15′ 53″	= 9,9296479 — 10
erste Zahl 1765″,5		3,2468603
l. a	= log. sin. 1″	= 4,6855749 — 10
2 l. H. Parall. d. ☾ v. d. ☉	= 2 log. 3611	= 7,1152550
2 l. sin. Höhe des Neunz.	= 2 log. sin. 35° 5′ 31″	= 19,5191698 — 20
l. sin. Abst. d. ☾ v. N.	= log. sin. 58° 15′ 53″	= 9,9296479 — 10
l. cos. Abst. d. ☾ v. N.	= log. cos. 58° 15′ 53″	= 9,7209719 — 10
Zweite Zahl =	9″,3	0,9706195
dazu die erste Zahl =	1765″,5	
Längenparallaxe d. ☾ v. d. ☉ =	1774″,8 oder 29′ 34″,8.	

§. 28.

Nun ist nach §. 26

wahre Länge d. ☾ um 10 U. 14′ 29″	= 7 Z. 26° 29′ 7″,8
Längenparall. d. ☾ v. d. ☉ z. d. Zeit =	29′ 34″,8
scheinb. Länge d. ☾ v. d. ☉ z. d. Zeit	= 7 Z. 26° 58′ 42″,6

§. 29.

Die Breitenparallaxe des Monds von der Sonne wird am leichtesten und sehr genau vermittelst der verbesserten Kepler'schen Formel gefunden. Wenn nämlich die Höhe des Neunzigsten $= \lambda$, der wahre Abstand des Mondes vom Neunzigsten $= \delta$, die Horizontalparallaxe des Monds von der Sonne an dem gegebenen Ort $= \gamma$, der Sinus einer Secunde $=$ a und die wahre nördliche Breite des Mondes für die gegebene Zeit $= \beta$ ist, so ist Kep'lers Formel, um die Breitenparallaxe des Mondes von der Sonne zu finden, den Halbmesser $= 1$ gesetzt, $\gamma \cos. \lambda$.

Die von Tobias Mayer verbesserte Formel, wenn β **nördlich**, und δ kleiner als 90°, ist folgende:

$$\gamma \cos. \lambda - \gamma \sin. \lambda \sin. \beta \cos. \delta + a\gamma^2 \sin. \lambda \cos. \lambda \cos. \delta.$$

Ist wiederum δ kleiner als 90°, aber die wahre Breite des Mondes **südlich**, so ist β negativ, also die verbesserte Formel für die Breitenparallaxe des Mondes von der Sonne,

$$\gamma \cos. \lambda + \gamma \sin. \lambda \sin. \beta \cos. \delta + a\gamma^2 \sin. \lambda \cos. \lambda \cos. \delta.$$

Wenn δ größer als 90° ist, so ändern die beiden Glieder, in welchen sich cos. δ befindet, das vor ihnen stehende Zeichen.

§. 30.

Da in dieser verbesserten Kepler'schen Formel die wahre Breite des Mondes $= \beta$ vorkommt, so muß solche zuerst für die gegebene Zeit bestimmt werden. Zur Zeit der wahren ☌ ist die wahre nördliche Breite des Monds $= 50' 30''$ (§. 7.) und die stündliche Abnahme derselben $= 3' 21'', 7$. Es ist also zu berechnen, um wieviel die wahre nördliche Breite des Monds 52′ 11″ oder 3131″ vor der wahren ☌ größer war. Nun ist $3' 21'', 7 = 201'', 7$. Man schließe daher:

$$3600'' : 3131'' = 201'', 7 : Z$$

$$\begin{array}{ll} \log. 201'',7 & = 2,3047059 \\ \log. 3131 & = 3,4956831 \\ \hline & 5,8003890 \\ \log. 3600 & = 3,5563025 \\ \hline & 2,2440865 \end{array}$$

so ist Z = 175″,4 oder = 2′ 55″,4. Diese Zahl zu 50′ 30″ addirt, giebt die wahre nördliche Breite des Mondes um 10 U. 14′ 29″ = 53′ 25″,4.

§. 31.

Hierauf wird vermittelst der verbesserten Kepler'schen Formel im §. 29. die Breitenparallaxe des Monds von der Sonne für die Zeit der scheinbaren ☌ um 10 U. 14′ 29″ auf folgende Art berechnet.

l. H. Parall. d. ☾ v. d. ⊙ = log. 3611	= 3,5576275
l. cos. Höhe des Neunz. = log. cos. 35° 5′ 31″	= 9,9128754 — 10
erste Zahl = 2954″,63	3,4705029
l. H. Parall. d. ☾ v. d. ⊙ = log. 3611	= 3,5576275
l. sin. Höhe d. Neunz. = log. sin. 35° 5′ 31″	= 9,7595849 — 10
l. sin. d. w. Breite d. ☾ = log. sin. 53′ 25″,4	= 8,1914391 — 10
l. cos. Abst. ☾ v. Neunz. = log. cos. 58° 15′ 53″	= 9,7209719 — 10
Zweite Zahl = 16″,96	1,2296234
l. a = log. sin. 1″	= 4,6855749 — 10
2 l. H. Parall. d. ☾ v. d. ⊙ = 2 log. 3611	= 7,1152550
l. sin. Höhe des Neunz. = log. sin. 35° 5′ 31″	= 9,7595849 — 10
l. cos. Höhe des Neunz. = log. cos. 35° 5′ 31″	= 9,9128754 — 10
l. cos. Abst. ☾ v. Neunz. = log. cos. 58° 15′ 53″	= 9,7209719 — 10
dritte Zahl = 15″,64	1,1942621
dazu die erste Zahl = 2954″,63	
2970″,27	
ab die zweite Zahl = 16″,96	
2953″,31 = 49′ 13″,3.	

Die Breitenparallaxe des Monds von der Sonne beträgt also 49′ 13″,3.

§. 32.

Da nun die wahre Breite des Mondes zu dieser Zeit 53′ 25″,4 nördlich ist, so wird von ihr diese Breitenparallaxe subtrahirt, dann ist der Rest 4′ 12″,1 die nördliche scheinbare Breite des Monds von der Sonne zur Zeit der scheinbaren ☌ um 10 U. 14′ 29″.

§. 33.

Die scheinbare Höhe des Mondes zur Zeit der scheinbaren ☌, die zur Verbesserung des horizontalen scheinbaren Mond-

Monddurchmessers gebraucht wird, und die, wenn man sie genau bestimmen wollte, eine weitläufige Rechnung erfordern würde, kann für den angegebenen Zweck hinlänglich, durch einen einzigen Satz, und eine leichte Addition und Subtraction berechnet werden, und man kann dazu die beiden erforderlichen Logarithmen der trigonometrischen Linien aus der Berechnung im §. 31. nehmen.

Nämlich es ist

log. cos. des wahren Abstands des Monds vom Neunzigsten + log. sin. der Höhe des Neunzigsten — log. r = log. sin. der Höhe h des Endpunkts der wahren Länge des Monds in der Ecliptik.

Nun ist für die Zeit der scheinbaren ☌

log. cos. Abst. d. ☾ v. N. = log. cos. $58^\circ\ 15'\ 53''$ = 9,7209719
log. sin. Höhe d. Neunz. = log. sin. $35^\circ\ 5'\ 31''$ = 9,7595849
log. sin. h = 9,4805568

Zu diesem Logarithmus des Sinus der Höhe h gehört der Bogen $17^\circ\ 36'$, welcher also = h ist, und als die scheinbare Höhe des Monds für die gegebene Zeit angenommen werden kann, weil der Mond zur Zeit einer Sonnenfinsterniß keine beträchtliche Breite hat.

§. 34.

Wenn der Mond im Horizont eines Orts A der Erdoberfläche steht, so ist der von diesem Ort aus beobachtete scheinbare Durchmesser des Mondes mit dem vom Mittelpunkt der Erde aus gesehenen für einerlei zu halten. Wenn aber der Mond im Scheitelpunkt des Ortes A steht, so ist er dem Beobachter in A näher, als da er im Horizont stund, sein Durchmesser erscheint daher um 37 Secunden größer. Steht der Mond zwischen dem Scheitelpunkt und dem Horizont des Ortes A, so erscheint sein Durchmesser, welcher der Höhendurchmesser heißt, auch noch größer als der Durchmesser des im Horizont stehenden Mondes, welcher der horizontale Durchmesser heißt. Den scheinbaren Höhen-

C

durchmesser des Mondes für die gegebene scheinbare Höhe h des Mondes, kann man, wenn der horizontale Durchmesser d gegeben ist, vermittelst der Formel finden:

$$d\,[1 + \tfrac{240}{131} \sin.\ d \sin.\ h]$$

Man nimmt nämlich zuerst log. $\frac{240}{131}$ + log. sin. d + log. sin. h — 20, und sucht die dazu gehörige Zahl in den logarithmischen Tabellen, addirt 1 zu ihr, und multiplicirt die Summe mit dem horizontalen scheinbaren Durchmesser d. Multiplicirt man aber diese Summe nur mit $\frac{1}{2}$d, so erhält man den verbesserten scheinbaren Halbmesser des Mondes für die Höhe h.

§. 35.

Der vergrößerte scheinbare Höhenhalbmesser des Mondes für die Zeit der scheinbaren ☌ wird also so gefunden:

log. $\frac{240}{131}$	= 0,2629399
log. sin. d = log. sin. 32′ 56″ (§. 7.)	= 7,9813538 — 10
log. sin. h (ist im §. 33. angegeben)	= 9,4805568 — 10
	17,7248505 — 20
oder	1,7248505 — 4

die dazu gehörige Zahl ist = 0,0053
addirt 1
Summe = 1,0053
$\frac{1}{2}$d = 16′ 28″ (§. 7.) = 988″

90477
8042
804
993″,23 = 16′ 33″.

Also ist für die scheinbare Höhe von ohngefähr 18° der verbesserte scheinbare Halbmesser des Mondes = 16′ 33″.

§. 36.

Man kann auch diesen Halbmesser finden, ohne daß man nöthig hat, die Höhe des Monds besonders zu suchen. Bei dieser Rechnungsart dürfen die zwei letzten Logarithmen aus dem Beispiel im §. 31. genommen werden.

log. $\frac{240}{131}$	$=0,2629399$
log. sin. d = log. sin. 32′ 56″	$=7,9813538-10$
log. sin. d. Höhe d. N. = log. sin. 35° 5′ 31″	$=9,7595849-10$
log. cos. Abst. ☾ v. N. = log. cos. 58° 15′ 53″	$=9,7209719-10$
	$27,7248505-30$
oder	$1,7248505-\ 4$

die dazu gehörige Zahl nebst 1 ist = 1,0053
multiplicirt mit ½ d = 988″

90477
8042
804
993″,23 = 16′ 33″.

Hier erhält man nun unmittelbar den scheinbaren Halbmesser des ☾ = 16′ 33″ zur Zeit der scheinbaren ☌.

§. 37.

Nun kann die Verbesserung der im §. 22. angegebenen Zeit der scheinbaren Conjunction vorgenommen werden. Diese Correction gründet sich darauf, daß zur Zeit der scheinbaren ☌ für den Ort A auf der Oberfläche der Erde, die von dem Ort A aus beobachtete scheinbare Länge der Sonne und die scheinbare Länge des Mondes gleich seyn müssen, oder, welches das nämliche ist, daß die wahre Länge der Sonne und die scheinbare Länge des Monds von der Sonne gleich zu setzen sind.

Es ist aber nach §. 28. die scheinbare Länge des Mondes von der Sonne zur Zeit der scheinbaren ☌ = 7 Zeichen 26° 58′ 42″,6. Es muß also noch für diesen Zeitpunkt die wahre Länge der Sonne bestimmt werden.

Nach §. 7. ist die stündliche wahre Bewegung der Sonne in der Ecliptik = 2′ 31″,7 oder = 151″,7. Man berechne daher, wie viele Secunden diese wahre Bewegung der Sonne während dem Zeitunterschied zwischen der wahren und scheinbaren ☌, das heißt in 52′ 11″ oder in 3131 Zeitsecunden beträgt. Also

Zeitsecund. Zeitsecund.
3600 : 3131 = 151″,7 : w

log. 151,7 = 2,1809856
log. 3131 = 3,4956831
5,6766687
log. 3600 = 3,5563025
2,1203662

so ist w = 131″,9 oder = 2′ 11″,9.

Nun ist die wahre L. d. ⊙ bei d. wahren ☌ (§. 7.)	= 7 Z. 27° 1′ 4″
davon ab	2′ 11″,9
so ist wahre Länge d. ⊙ um 10 U. 14′ 29″	= 7 Z. 26° 58′ 52″,1
aber d. scheinb. L. d. ☾ v. d. ⊙ zu dieser Zeit	= 7 Z. 26° 58′ 42″,6

Also ist der Unterschied = 9″,5. Der Mond erscheint folglich um 10 Uhr 14′ 29″ (als der vorläufig berechneten Zeit der scheinbaren ☌ für Nürnberg), noch nicht genau in der ☌ mit der ⊙, sondern diese trift etwas später ein, weil der Mond noch 9″,5 in der Ecliptik scheinbar zurückzulegen hat, bis seine scheinbare Länge der scheinbaren Länge der Sonne gleich ist. Es ist daher zu berechnen, wie viele Zeit der Mond braucht, diesen Raum in der Ecliptik scheinbar zu durchlaufen.

Man nehme aus §. 21. Nro. 4. die halbstündliche scheinbare Bewegung des Monds von der Sonne, = 12′ 30″,8 und schließe nach der im §. 17. Nro. 5. gegebenen Regel: der Bogen der Ecliptik von 12′ 30″,8 oder 750″,8 verhält sich zu dem Bogen von 9″,5 den der Mond in der Zeit t, während welcher sich auch die Sonne fortbewegt, zurücklegen soll, wie eine halbe Stunde oder 1800 Zeitsecunden zu der gesuchten Anzahl t Zeitsecunden. Nämlich

750″,8 : 9″,5 = 1800″ : t
1800
760
95
7508 | 171000 | 22″,7 = t oder sehr nahe 23″.
20840

Diese 23 Zeitsecunden werden zu der vorläufig gefundenen Zeit, nämlich zu 10 Uhr 14′ 29″ addirt, so ist die **verbesserte** Zeit der scheinbaren Conjunction für Nürnberg 10 Uhr 14 Minuten 52 Secunden, und da die wahre ☌ um 11 U. 6′ 40″ eintrift, so ist der Zeitraum zwischen ihr und der scheinbaren ☌ = 51′ 48″.

§. 38.

Da aber die Sonne während einer Stunde sich in der Ecliptik 151″,7 fortbewegt, so bewegt sie sich während einer Minute durch $\frac{151'',7}{60} = 2'',5$. Folglich in 23 Zeitsecunden durch einen Bogen von 0″,9. Also ist zur verbesserten Zeit der scheinbaren ☌, um 10 U. 14′ 52″ die wahre Länge der Sonne 7 Z. 26° 58′ 53″
und die scheinbare Länge d. Monds v. d. ☉ auch 7 Z. 26° 58′ 53″

Da die stündliche wahre Bewegung des Mondes = 36′ 43″,3 (§. 7.) oder = 2203″,3 ist, so kann leicht berechnet werden, wie viele Secunden sie in 23 Zeitsecunden beträgt, nämlich

$$3600'' : 23'' = 2203'',3 : u$$

$$\begin{aligned} \log.\ 2203'',3 &= 3,3430736 \\ \log.\ 23'' &= 1,3617278 \\ \hline & 4,7048014 \\ \log.\ 3600 &= 3,5563025 \\ \hline & 1,1484989 \end{aligned}$$

also u = 14″,077 oder sehr nahe 14″,1.

Nun ist die wahre L. d. ☾ um 10 U. 14′ 29″ =	7 Z. 26° 29′ 7″,8	(§. 26.)
dazu addirt	14″,1	
so ist d. w. L. d. ☾ für d. verb. Z. d. schb. ☌ =	7 Z. 26° 29′ 21″,9.	

§. 39.

Die vierte Aufgabe ist: die Zeit des scheinbaren Anfangs der Sonnenfinsterniß für den gegebenen Ort zu bestimmen.

Dazu wird erfordert: die scheinbare Bewegung des Mondes von der Sonne für einen angenommenen Zeitraum

vor der scheinbaren ☌ zu berechnen, also vor allem die Länge und Höhe des Neunzigsten, und daraus die scheinbare Länge und Breite des Mondes von der Sonne für den angenommenen Zeitpunkt zu suchen. Um ein richtiges Resultat für die Zeit des scheinbaren Anfangs der Sonnenfinsterniß zu finden, ist es nöthig, den Zeitpunkt so anzunehmen, daß er der Zeit des scheinbaren Anfangs nahe liegt. Man muß also wissen, ob dieser scheinbare Anfang beträchtliche oder kurze Zeit vor der scheinbaren ☌ sich ereignet. Dieses kann man am besten wahrnehmen, wenn man entweder schon eine Zeichnung der Sonnenfinsterniß entworfen, oder eine vorläufige Berechnung von ihr gemacht, oder die Resultate der Erscheinungen dieser Sonnenfinsterniß für einen Ort, der von dem gegebenen, in Rücksicht der geographischen Länge und Breite, wenig verschieden ist, vor sich hat. Wenn man z. B. weiß, daß der Anfang dieser Sonnenfinsterniß zu München um 9 Uhr 8′, das Mittel um 10 U. 19′ und das Ende um 11 U. 35′ wahrer Münchner Zeit, erscheint, so sieht man, daß die Zeit des Anfangs der Finsterniß zu München 1 Stunde 11′ und des Endes 1 Stunde 16′ von der Zeit des Mittels, (die immer nur sehr wenig von der Zeit der scheinbaren ☌ abweicht) verschieden ist. Man kann also daraus schließen, daß auch zu Nürnberg die Zeit des Anfangs beträchtlich, wohl über eine Stunde, von der Zeit der scheinbaren ☌ verschieden seyn wird. Ausserdem kann man aus der Größe der scheinbaren Breite des Mondes zur Zeit der scheinbaren ☌ ohngefähr beurtheilen, ob die Zeit des Anfangs beträchtlich von der Zeit der scheinbaren ☌ abweicht. Ist nämlich diese Breite sehr klein, so wird die Zeit des Anfangs von der Zeit der scheinbaren ☌ beträchtlich verschieden seyn. Da dieses im gegenwärtigen Beispiel der Fall ist, so soll der Zeitpunkt für die Berechnung der Länge und Höhe des Neunzigsten 1 Stunde 10 Minuten vor der Zeit der scheinbaren ☌ angenommen werden.

Anmerkung. Die zu dem erwähnten Zweck dienliche Zeichnung kann sehr einfach auf folgende Art mit hin-

länglicher Genauigkeit verfertigt werden. Man berechne die scheinbare Breite des Monds von der Sonne für die Zeit der wahren ☌ vermittelst der einfachen, im §. 29. angegebenen Kepler'schen Formel γ cos. λ = der Breitenparallaxe.

Nämlich

l. H. Parall. d. ☾ v. d. ☉ = log. 3611 = 3,5576275
l. cos. Höhe d. Neunz. = log. cos. 29° 54′ (§. 12.) = 9,9379674 — 10

3,4955949

Also die Breitenparallaxe des ☾ v. d. ☉ = 3130″ = 52′ 10″
diese subtrahirt von der wahren Breite d. ☾ = 50′ 30″ (§. 7.)
scheinbare Breite d. ☾ bei d. wahren ☌ = — 1′40″

Der negative Werth derselben zeigt an, daß sie südlich ist.

Hierauf nehme man die scheinbare Länge des ☾ bei der wahren ☌ aus §. 13. nur bis auf Minuten, nämlich 7 Z. 27° 23′, und subtrahire von ihr die scheinbare Länge des ☾ bei der scheinb. ☌ = 7 Z. 26° 59′ (§. 38.) so ist die Differenz = 24′. Diese Differenz sey = d, die scheinbare Breite des ☾ bei der wahren ☌ = b, und bei der scheinbaren ☌ = q. Man ziehe hierauf eine gerade Linie AB (1. Fig.) welche einen Theil der Ecliptik vorstellt, so daß A gegen Westen und B gegen Osten liegt, also die Sonne und der Mond sich von A gegen B zu bewegt. Ohngefähr aus der Mitte der Linie AB errichte man eine senkrechte Linie, und mache auf ihr CL = q = 4′ 12″ (§. 32.) = 4′,2, so stellt der Punkt C den Ort der Ecliptik vor, in welchem sich die Sonne bei der scheinbaren ☌ befindet. Der Maasstab, nach welchem die Längen der Linien aufgetragen werden, wird so angenommen, daß zehn Minuten einen rheinländischen Zoll betragen, so ist die Zeichnung groß genug, und läßt sich leicht auf einem halben Bogen Papier entwerfen. Ferner trägt man auf der Linie AB von C nach M (weil die wahre ☌ auf die scheinbare folgt), die scheinbare Längendifferenz des Mondes = d = 24′, und errichtet aus dem Punkt M auf AB die senkrechte Linie MN = b = 1′ 40″ = 1$\frac{2}{3}$′ = 1′,7. Diese Linie MN wird unterwärts von AB gezogen, weil b südlich ist. Durch die zwei Punkte L und N zieht man die gerade

Linie FG von unbestimmter Länge, welche einen Theil der scheinbaren Laufbahn des Mondes vorstellt. Man addirt hierauf den scheinbaren Halbmesser der ☉ = 16′ 14″ und des ☾ = 16′ 33″, (§. 36.) mit der Summe 32′ 47″ oder 32′,8 die man auf dem Maasstab abnimmt, beschreibt man als mit einem Halbmesser aus dem Punkt C als Mittelpunkt einen Bogen, welcher die scheinbare Laufbahn des Mondes in dem Punkt H schneidet, fällt die senkrechte Linie HP auf die Ecliptik, und mißt die gerade Linie CP auf dem angenommenen Maasstab. Z. B. Es sey CP = 30′,6. Da nun von der Zeit der scheinbaren ☌ bis zur Zeit der wahren ☌ sehr nahe 52 Zeitminuten verfliessen, (§. 37.) so schließe man:

	CM	:	CP		Zeitminuten	
	24′	:	30′,6	=	52	: x
oder	4	:	5′,1	=	52	
					5,1	
					52	
					260	
			4		265,2	66′

also ereignet sich der Anfang der Finsterniß nach der Zeichnung beiläufig 1 Stunde 6′ vor der scheinbaren ☌. Wollte man die Zeit dieses Anfangs genauer haben, so würde man CD = 2′,7 (so viel ohngefähr die Bewegung der ☉ während 1 Stunde 6′ beträgt), machen, hierauf aus dem Punkt D mit der Summe der scheinbaren Halbmesser der ☉ und des ☾ = 32′,8 als Halbmesser einen Bogen beschreiben, der die scheinbare Laufbahn des Mondes in dem Punkt Q schneidet, und aus diesem Pnnkt die Linie QR auf die Ecliptik senkrecht ziehen, endlich die Linie CR auf dem angenommenen Maasstab messen. Gesetzt man finde sie = 33′, so schließe man wiederum:

	CM	:	CR	=	Zeitminuten	: y
	24′	:	33′	=	52	: y
oder	8	:	11	=	52′	: y
					52	
			8		572	71′ = y.

Also ereignet sich nach der Zeichnung der genauere Anfang der Finsterniß 1 Stunde 11′ vor der scheinbaren ☌. Wenn man will, kann man die Zeit, um welche das Ende der Finsterniß nach der scheinbaren ☌ folgt, auch bestimmen, wenn man CE = CD macht, aus E mit der gedachten Summe der Halbmesser die scheinbare Mondbahn in S schneidet, die senkrechte ST zieht, CT mißt und wie vorhin rechnet, CM : CT = 52′ : Z.

§. 40.

Die verbesserte Zeit der scheinbaren ☌ ist 10 U. 14′ 52″ (nach §. 37.), da nun Länge und Höhe des Neunzigsten für 1 Stunde 10 Minuten vor der Zeit der scheinbaren ☌ berechnet werden soll, so ist beides für 9 Uhr 4′ 52″ zu bestimmen. Von dem vorigen Mittag bis zu dieser Zeit sind verlaufen 21 Stunden 4′ 52″, diese reducirt auf Grade des Aequators

21 St.	4′ 52″
	3
63°	14′ 36″
	5
316°	13′

Um so viele Grade des Aequators steht die Sonne eine Stunde 10′ vor der Zeit der scheinbaren ☌ von dem Nürnberger Meridian, gegen Westen gerechnet, ab, also gegen Osten 360° — 316° 13′ oder 43° 47′.

Die Zeit der wahren ☌ ist	11 U. 6′ 40″
davon ab	9 U. 4′ 52″
	2 St. 1′ 48″

Die stündliche Aenderung der geraden Aufsteigung der Sonne ist = 2′ 36″,4 oder = 156″,4. (§. 7.) Man berechne, wie viel diese Aenderung in 2 St. 1′ 48″ oder in 7308″ beträgt.

Zeitsecunden		Zeitsecund.	
3600	:	7308	= 156″,4 : x

$\log. 156{,}4 = 2{,}1942367$
$\log. 7308 = 3{,}8637985$
$6{,}0580352$
$\log. 3600 = 3{,}5563025$
$2{,}5017327$

Also ist $x = 317'',5$ oder sehr nahe $5'18$.

Es ist aber die gerade Aufsteigung der Sonne zur Zeit der wahren ☌ = $234^\circ 43' 9''$ (§. 7.)
davon ab $5' 18''$

ger. Aufst. d. ☉ 1 St. 10' vor der scheinb. ☌ = $234^\circ 37' 51''$
der östl. Abstand der ☉ v. Meridian ist = $43^\circ 47'$
also ger. Aufst. der Mitte des Himmels = $190^\circ 50' 51'' = \alpha$.

§. 41.

Daher ist nach §. 11. und 12

$$\frac{r \,\text{tang.}\, \beta}{\sin.\, \alpha} = \frac{r \,\text{tang.}\, 49^\circ 15' 35''}{\sin.\, 190^\circ 50' 51''} = \text{tang.}\, \omega$$

oder $\frac{r \,\text{tang.}\, 49^\circ 15' 35''}{-\sin.\, 10^\circ 50' 51''} = -\text{tang.}\, \omega$.

Es ist aber long. tang. $49^\circ 15' 35''$ + log. r = 20,0648155
log. sin. $10^\circ 50' 51''$ = 9,2746095
10,7902060

Daher $-\text{tang.}\, \omega = -\text{tang.}\, 80^\circ 47' 32''$ und $+\text{tang.}\, \omega = \text{tang.}\, 99^\circ 12' 28''$.

Also $\omega = 99^\circ 12' 28''$, davon subtrahirt $\varphi = 23^\circ 27' 50''$, so ist $\omega - \varphi = 75^\circ 44' 38''$.

Es ist ferner

$$\frac{\text{tang.}\, \alpha \cos.\, (\omega - \varphi)}{\cos.\, \omega} = \frac{\text{tang.}\, 190^\circ 50' 51'' \cos.\, 75^\circ 44' 38''}{\cos.\, 99^\circ 12' 28''} = \text{tang.}$$

der Länge des Neunzigsten.

oder $\frac{\text{tang.}\, 10^\circ 50' 51'' \cos.\, 75^\circ 44' 38''}{-\cos.\, 80^\circ 47' 32''} = -$ tang. der Länge des Neunzigsten.

Es ist aber log. tang. $10^\circ 50' 51''$ = 9,2824398
log. cos. $75^\circ 44' 38''$ = 9,3913880
18,6738278
log. cos. $80^\circ 47' 32''$ = 9,2041611
9,4696667

daher ist — tang. $16^\circ 25' 50'' =$ — tang. der Länge des Neunzigsten, und $163^\circ 34' 10''$ oder 5 Z. $13^\circ 34' 10''$ = der Länge des Neunzigsten um 9 U. 4' 52".

Endlich ist $\frac{\sin.\beta \sin.(\omega - \varphi)}{\sin.\omega} = \frac{\sin. 49^\circ 15' 35'' \sin. 75^\circ 44' 38''}{\sin. 99^\circ 12' 28''} =$ cos. der Höhe des Neunzigsten.

log. sin. $49^\circ 15' 35''$ =	9,8794834
log. sin. $75^\circ 44' 38''$ =	9,9864155
	19,8658989
log. sin. $80^\circ 47' 32''$ =	9,9943675
	9,8715314

Also ist $41^\circ 55' 58''$ = der Höhe des Neunzigsten 1 Stunde 10' vor der verbesserten Zeit der scheinbaren ☌, oder um 9 U. 4' 52".

§. 42.

Nach §. 7. ist die stündliche wahre Bewegung des Mondes in der Ecliptik = 36' 43",3. Also in 1 Stunde 10' oder während $1\frac{1}{6}$ St. = 36' 43",3 + 6' 7",2 = 42' 50",5.

Es ist aber nach §. 38. zur verbesserten Zeit der scheinbaren ☌

die wahre Länge des Mondes	= 7 Z. 26° 29' 21",9
davon ab die wahre Bewegung des Mondes =	42' 50",5
wahre Länge d. ☾ 1 St. 10' vor d. scheinb. ☌	= 7 Z. 25° 46' 31",4
davon ab die Länge des Neunzigsten	= 5 Z. 13° 34' 10"
wahrer Abst. d. ☾ v. Neunz. gegen Ost	= 2 Z. 12° 12' 21",4

§. 43.

Die Längenparallaxe des ☾ von der ☉ eine Stunde 10' vor der verbesserten Zeit der scheinbaren ☌ wird vermittelst der im §. 13. angegebenen verbesserten Kepler'schen Formel berechnet.

l. H. Parall. d. ☾ v. d. ☉ = log. 3611	= 3,5576275
l. sin. d. Höhe d. Neunz. = log. sin. 41° 55' 58"	= 9,8249443 — 10
l. sin. d. Abst. d. ☾ v. N. = log. sin. 72° 12' 21"	= 9,9787102 — 10
	3,3612820

erste Zahl = 2297",6

l. a	= log. sin. 1"	= 4,6855749 — 10
2 l. H. Parall. d. ☾ v. d. ☉	= 2 log. 3611	= 7,1152550
2 l. sin. Höhe d. Neunz.	= 2 log. sin. 41°55'58"	= 19,6498886 — 20
l. sin. Abst. d. ☾ v. N.	= log. sin. 72°12'21"	= 9,9787102 — 10
l. cos. Abst. d. ☾ v. N.	= log. cos. 72°12'21"	= 9,4851510 — 10
		0,9145797

zweite Zahl = 8",2
dazu die erste Zahl = 2297",6

L. Parall. d. ☾ v. d. ☉ = 2305",8 oder = 38'25",8

§. 44.

Nun ist nach §. 42

wahre L. d. ☾ 1 St. 10' vor d. scheinb. ☌	= 7 Z. 25° 46' 31",4
Längenparall. d. ☾ v. d. ☉ zu dieser Zeit	= + 38' 25",8
also scheinb. L. d. ☾ v. d. ☉ zu dieser Zeit	= 7 Z. 26° 24' 57",2
Ferner ist schb. L. d. ☾ v. d. ☉ bei d. schb. ☌	= 7 Z. 26° 58' 53" (§. 38.)
Differenz	= 33' 55",8

§. 45.

Dieser Unterschied 33' 55",8 zwischen der scheinbaren Länge des ☾ v. d. ☉ zur verbesserten Zeit der scheinbaren ☌ und zwischen der scheinbaren Länge d. ☾ v. d. ☉ eine Stunde 10' vor derselben, ist die scheinbare Bewegung des Mondes während dieser Zeit, oder der Bogen der Ecliptik, den der Mond während einer Stunde 10' zurückzulegen scheint, wovon im §. 15. die Erklärung gegeben wurde.

§. 46.

Die stündliche Bewegung der Sonne in der Ecliptik ist = 2' 31",7 (§. 7.) also in 1 Stunde 10' oder während $1\frac{1}{6}$ St. = 2' 31",7 + 25",3 = 2' 57". Diese Bewegung der Sonne von der scheinbaren Bewegung des Monds während $1\frac{1}{6}$ St. oder von 33' 55",8 subtrahirt, so ist der Rest 30' 58",8 die scheinbare Bewegung des Mondes von der Sonne. Die Erklärung davon wurde im §. 16. gegeben.

§. 47.

Ferner ist die wahre Breite des Mondes, und die Breitenparallaxe des Mondes von der Sonne für 1 St. 10' vor

der verbesserten Zeit der scheinbaren ☌ zu berechnen, um daraus die scheinbare Breite des ☾ v. d. ☉ für diese Zeit zu finden. Nun ist zur Zeit der wahren ☌, oder um 11 U. 6' 40" die wahre nördliche Breite des Monds 50' 30", (§. 7.) und die stündliche Aenderung derselben = 3' 21",7 oder = 201",7. (§. 7.) Aber von 9 U. 4' 52" bis 11 U. 6' 40" ist ein Zeitraum von 2 Stunden 1' 48" oder von 7308". Es ist also zu berechnen, um wie viel die nördliche wahre Breite des Mondes 7308 Zeitsecunden vor der Zeit der wahren ☌ größer war, als zur Zeit der wahren ☌. Man schließe daher:

Zeitsecunden		Zeitsecund.			
3600	:	7308	=	201",7	: Z
		log. 201",7	=	2,3047059	
		log. 7308	=	3,8632985	
				6,1685044	
		log. 3600	=	3,5563025	
				2,6122019	

so ist Z = 409",4 oder = 6' 49",4. Diese Zahl zu der nördlichen wahren Breite des Mondes bei der wahren ☌, oder zu 50' 30" addirt, so ist die Summe 57' 19",4 = der nördlichen wahren Breite des Mondes 1 Stunde 10' vor der verbesserten Zeit der scheinbaren ☌.

§. 48.

Die Breitenparallaxe des Mondes von der Sonne wird vermittelst der verbesserten Kepler'schen Formel gesucht, die im §. 29. angegeben ist, und dabei wie im §. 31. verfahren.

l. H. Parall. d. ☾ v. d. ☉ = log. 3611	=	3,5576275
l. cos. Höhe des Neunz. = log. cos. 41° 55' 58"	=	9,8715314 — 10
erste Zahl = 2686",3		3,4291589
l. H. Parall. d. ☾ v. d. ☉ = log. 3611	=	3,5576275
l. sin. d. Höhe d. Neunz. = log. sin. 41° 55' 58"	=	9,8249443 — 10
l. sin. d. wahren Br. d. ☾ = log. sin. 57' 19",4	=	8,2220373 — 10
l. cos. Abst. d. ☾ v. N. = log. cos. 72° 12' 21"	=	9,4851510 — 10
zweite Zahl = 12",3		1,0897601

l. a	= log. sin. 1″	= 4,6855749 — 10
2 l. H. Parall. d. ☾ v. d. ☉	= 2 log. 3611	= 7,1152550
l. sin. Höhe des Neunz.	= log. sin. 41° 55′ 58″	= 9,8249443 — 10
l. cos. Höhe des Neunz.	= log. cos. 41° 55′ 58″	= 9,8715314 — 10
l. cos. Abst. ☾ v. Neunz.	= log. cos. 72° 12′ 21″	= 9,4851510 — 10
dritte Zahl	= 9″,6	0,9824566
dazu die erste Zahl	= 2686″,3	
	2695″,9	
ab die zweite Zahl	12″,3	
Rest	= 2683″,6 oder 44′ 43″,6.	

Die Breitenparallaxe des Mondes von der Sonne 1 St. 10′ vor der verbesserten Zeit der scheinbaren ☌, oder um 9 Uhr 4′ 52″ beträgt also 44′ 43″,6.

§. 49.

Da nun zu dieser Zeit die wahre Breite des Mondes 57′ 19″,4 nördlich ist, so wird die gefundene Breitenparallaxe von ihr subtrahirt, der Rest 12′ 35″,8 ist die nördliche scheinbare Breite des Mondes von der Sonne um 9 U. 4′ 52″.

§. 50.

Hieraus läßt sich die scheinbare Breite des Monds von der Sonne zur verbesserten Zeit der scheinbaren ☌ oder um 10 Uhr 14′ 52″ bestimmen. Es ist nemlich nach §. 38. die scheinbare Breite des Monds von der Sonne zur vorläufig berechneten Zeit der scheinbaren ☌, d. h. um 10 Uhr 14′ 29″ = 4′ 12″,1 nördlich. (§. 32.) Es ist also die Frage wie viel die scheinbare Breite des Monds von der Sonne um 10 Uhr 14′ 52″ als der verbesserten Zeit der scheinbaren ☌ beträgt. Die im §. 49. bestimmte scheinbare Breite des ☾ v. d. ☉, nemlich 12′ 35″,8 gehört aber für die Zeit 9 Uhr 4′ 52″. Man suche daher den Unterschied zwischen dieser Zeit und der vorläufig berechneten Zeit der scheinbaren ☌.

	10 U. 14′ 29″
	9 U. 4′ 52″
Unterschied =	1 St. 9′ 37″ = 4177″

Ferner:

scheinb.Br. d. ☾ v.d.☉ um 9 U. 4′ 52″ = 12′ 35″,8
scheinb.Br. d. ☾ v.d.☉ um 10 U. 14′ 29″ = 4′ 12″,1
Unterschied 8′ 23″,7 oder = 503″,7.

Der Unterschied aber zwischen der vorläufig berechneten und der verbesserten Zeit der scheinbaren ☌ ist = 23 Zeitsecunden, (§. 37.) also schließe man:

4177″ : 23″ = 503″,7
23
―――
15111
10074
―――
4177 | 11585,1 | 2″,8 oder fast 3″.

Diese 3″ bezeichnen, um wie viel die scheinbare Breite des ☾ v. d. ☉ sich in 23″ ändert. Da nun im gegenwärtigen Fall die scheinbare Breite des ☾ v. d. ☉ für eine spätere Zeit kleiner wird, und die verbesserte Zeit der scheinbaren ☌ später eintritt, als die vorläufig berechnete, so müssen die 3″ von der scheinbaren Breite des ☾ v. d. ☉ zur vorläufig berechneten Zeit der scheinbaren ☌, nämlich von 4′ 12″,1 subtrahirt werden, also ist 4′ 9″,1 die scheinbare nördliche Breite des Monds von der Sonne zur verbesserten Zeit der scheinbaren ☌, oder um 10 U. 14′ 52″.

§. 51.

Jetzt kann zur eigentlichen Berechnung der Zeit des scheinbaren Anfangs der Finsterniß übergegangen werden. Es sey nämlich (Fig. 11.) AB ein Stück der Ecliptik, in C sey der Mittelpunkt der Sonne, zur Zeit der scheinbaren ☌, in D sey der Mittelpunkt der Sonne zur Zeit des scheinbaren Anfangs der Finsterniß, in F sey der Mittelpunkt des Mondes in seiner scheinbaren Laufbahn bei dem Anfang der Finsterniß, so ist die senkrechte Linie FE die scheinbare Breite des Mondes bei dem Anfang der Finsterniß, und die gerade Linie DF, welche die Mittelpunkte der Sonne und des Mondes bei dem Anfang der Finsterniß,

das heißt: zu der Zeit da die Ränder der Sonne und des Mondes sich zu berühren scheinen, verbindet, ist der Summe der scheinbaren Halbmesser der Sonne und des Mondes gleich. Wenn also in dem bei E rechtwinklichen Dreieck DEF, die Hypotenuse S, oder die Summe der scheinbaren Halbmesser der ☉ und des ☾, und die Cathete EF = b, nämlich die scheinbare Breite des ☾ von der ☉ bei dem Anfang der Finsterniß gegeben ist, so kann man die zweite Cathete DE oder a, (nämlich den scheinbaren Abstand der Sonne von dem Mond in der Ecliptik gerechnet, d. h. den Unterschied der scheinbaren Längen der Sonne und des Monds bei dem Anfang der Finsterniß), berechnen, vermittelst der Formel $\sqrt{(s^2 - b^2)} = a$, oder $\sqrt{(s+b)(s-b)} = a$.

§. 52.

Nun ist im gegenwärtigen Fall der scheinbare Halbmesser der Sonne = 16′ 14″ (§. 7.) der verbesserte scheinbare Halbmesser des Mondes = 16′ 33″ (§. 36.), also DF = s = der Summe dieser scheinbaren Halbmesser = 16′ 14″ + 16′ 33″ = 32′ 47″. Die scheinbare Breite b ist zwar nicht ganz genau bekannt, aber die im §. 49. gefundene 12′ 35″,8 kommt ihr sehr nahe, weil die Zeit, für welche sie berechnet wurde, der Zeit des scheinbaren Anfangs der Finsterniß nahe liegt, so daß man sie also vorläufig statt b setzen kann. Alsdann ist:

$$
\begin{aligned}
s &= 32' \, 47'' \\
b &= 12' \, 35'',8 \\
\hline
s + b &= 45' \, 22'',8 = 2722'',8 \\
s - b &= 20' \, 11'',2 = 1211'',2.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\text{Nun ist } \log. \; 2722'',8 &= 3,4350157 \\
\log. \; 1211'',2 &= 3,0832159 \\
2 \,|\, &\underline{6,5182316} \\
&\;\;3,2591158
\end{aligned}
$$

Also ist DE oder a = 1816″.

§. 53.

§. 53.

Hierauf schließe man, wie im §. 16, Nro. 2. gezeigt wurde: die scheinbare Bewegung des Mondes von der Sonne während einer Stunde 10 Minuten vor der scheinbaren ☌ (oder nach §. 46, 30' 58",8 = 1858",8) verhält sich zur Linie a, (1816") wie eine Stunde 10' zur gesuchten Zeitdauer vom Anfang der Sonnenfinsterniß bis zur Zeit der scheinbaren ☌. Nemlich:

$$1858'',8 : 1816'' = 1\tfrac{1}{6} \text{ St.} : x$$

```
                302",6
      1858",8 | 2118",6 | 1 Stunde
                259 8
                    60
              | 155880 | 8'
                7176
                    60
              | 430560 | 23"
                58800
```

Der scheinbare Anfang der Finsterniß ereignet sich also 1 Stunde 8' 23" vor der Zeit der scheinbaren ☌.

Aber die scheinb. ☌ ist um	10 U. 14' 52"
davon ab	1 St. 8' 23"
also ist der scheinb. Anfang d. Finst. um	9 Uhr 6' 29"

§. 54.

Um zu prüfen, ob diese gefundene Zeit wirklich die richtige Zeit des Anfangs der Finsterniß ist, suche man für solche die scheinbare Breite des Monds von der Sonne auf die Art wie im §. 50. gezeigt wurde. Wenn diese mit der, bei der Rechnung des vorigen §. zum Grund gelegten Breite, (nemlich mit 12' 35",8) übereinstimmt, oder dieser sehr nahe kommt, so kann man die gefundene Zeit für die richtige Zeit des Anfangs der Finsterniß annehmen.

Nun ist der Zeitunterschied zwischen 9 U. 6' 29" als der vorläufig berechneten Zeit des Anfangs der Finsterniß, und zwischen 9 U. 4' 52" zu welcher Zeit die scheinbare Breite des

Monds $b = 12' 35'',8$ gehört, $= 1'37''$ oder $= 97$ Zeitsecunden. Hierauf schließe man, wie im §. 50

$$4177'' : 97'' = 503'',7 : x$$

$$\begin{array}{r|r|l} & 97 & \\ \hline & 35259 & \\ & 45333 & \\ \hline 4177 & 48858,9 & 11'',7 \\ & 7088 & \\ & 29119 & \end{array}$$

Diese $11'',7$ bezeichnen, um wie viel die scheinbare Breite des Monds sich in 97 Zeitsecunden ändert. Da nun die scheinbare Breite des Monds für eine spätere Zeit kleiner wird, so werden diese $11'',7$ von der scheinbaren Breite $b = 12' 35'',8$ subtrahirt, so ist der Rest $12' 24'',1$ die scheinbare nördliche Breite des Monds von der Sonne um 9 U. 6' 29''. Diese Breite sey $= \beta$. Da sie also noch beträchtlich, nemlich um $11'',7$ von b abweicht, so ist auch a oder $1816''$ nicht die richtige Distanz, also auch 9 U. 6' 29'' nicht ganz genau die Zeit des scheinbaren Anfangs der Finsterniß. Um diese gehörig zu verbessern, verfahre man so.

§. 55.

Man verbessere a dadurch, daß man in der Formel $\sqrt{(s+b)(s-b)} = a$, (die im §. 51. für das rechtwinkliche Dreieck DEF angegeben ist), den Werth von β statt b substituirt, so daß die veränderte Formel $\sqrt{(s+\beta)(s-\beta)} = \alpha$ ist, und berechne wie im §. 52. den Werth von α. Dieser sey $= 1821''$. Hierauf schließe man, wie im §. 53

$$1858'',8 : 1821'' = 1\tfrac{1}{6}\text{ St.} : Z$$

so findet man $Z = 1$ St. 8' 34''. Diese Zeit abgezogen von 10 U. 14' 52'' giebt die verbesserte Zeit des Anfangs der Finsterniß um 9 U. 6' 18''.

§. 56.

Diese Rechnung kann man auf folgende Art abkürzen. Man berechne die Proportion $a : b = b - \beta : y$.

Nemlich $1816'' : 755'',8 = 11'',7 : y$

$$\begin{array}{r|l|l} & 11'',7 & \\ \hline 1816 & 8842,86 & 4'',9 \text{ sehr nahe} \\ & 15788 & \end{array}$$

Dieses $y = 4'',9$ ist die Verbesserung von a, so daß $\alpha = a + y$ wenn β kleiner als b, und $\alpha = a - y$ ist, wenn β größer als b. Im gegenwärtigen Fall ist also $\alpha = a + y = 1816'' + 4'',9 = 1820'',9$ oder beinahe $1821''$.

Hierauf schließe man:

die scheinbare Bewegung d. ☾ v. d. ☉ während $1\frac{1}{6}$ St. : y = $1\frac{1}{6}$ Stunde : w

oder $1858'',8 : 4'',9 = 1\frac{1}{6}$ St. oder 4200 Zeitsec. : w

$$\begin{array}{r|l|l} & 4200 & \\ \hline 18588 & 205800 & 11'' = w \\ & 19920 & \end{array}$$

Ist β kleiner als b, also α größer als a, so wird w von der vorläufig berechneten Zeit des scheinbaren Anfangs der Finsterniß subtrahirt, ist aber β größer als b, so wird w zu dieser Zeit addirt, um die verbesserte Zeit des Anfangs zu erhalten. Da nun im gegenwärtigen Fall β kleiner als b ist,

so wird von 9 U. 6′ 29″
subtrahirt 11″

so ist der Rest 9 U. 6′ 18″ die verbesserte Zeit des scheinbaren Anfangs der Finsterniß.

Anmerkung. Der Grund dieser Rechnungsart wird im §. 120. angegeben werden.

§. 57.

Um zu finden, ob diese verbesserte Zeit die richtige ist, suche man für 9 Uhr 6′ 18″ die scheinbare Breite des Mondes von der Sonne, und bezeichne solche mit B. Man subtrahire nemlich 9 U. 4′ 52″ von 9 U. 6′ 18″, so ist der Unterschied = 86″.

Hierauf schließe man, wie im §. 50

$4177'' : 86'' = 503'',7 : x$

so findet man, nach gehöriger Rechnung x oder die Angabe, um wieviel die scheinbare Breite des Monds von der Sonne sich in 86 Zeitsecunden ändert, sehr nahe $= 10'',4$. Diese von der Breite $b = 12'35'',8$ subtrahirt, giebt $B = 12'25'',4$. Ferner schließe man, wie im §. 56,

$$\alpha : \beta = \beta - B : y$$

$$1821'' : 744'',1 = (744'',1 - 745'',4) \text{ oder } 1'',3 : y$$

so ist $y = 0'',5$. Endlich schließe man, wie im §. 56

$$1858'',8 : 0,5 = 4200 : w$$

so ist $w = 1''$. Da nun B größer ist als β, so wird w zur verbesserten Zeit des Anfangs, nemlich zu 9 U. 6′ 18″ addirt. Folglich ist 9 U. 6′ 19″ die zum zweitenmal verbesserte Zeit des Anfangs, welche, weil w nur eine Zeitsecunde betrug, als die richtige anzunehmen ist.

§. 58.

Die fünfte Aufgabe ist: die Zeit des scheinbaren Endes der Sonnenfinsterniß für den gegebenen Ort zu bestimmen.

Dazu wird erfordert: die scheinbare Bewegung des Mondes von der Sonne für einen angenommenen Zeitraum nach der scheinbaren ☌ zu bestimmen, also vor allem die Länge und Höhe des Neunzigsten, und daraus die scheinbare Länge und Breite des Mondes von der Sonne für den angenommenen Zeitpunkt zu suchen. Um ein richtiges Resultat für die Zeit des scheinbaren Endes der Sonnenfinsterniß zu finden, ist es nöthig, (wie schon im §. 39. bei der Berechnung der Zeit des Anfangs derselben bemerkt wurde), den Zeitpunkt so anzunehmen, daß er der Zeit des scheinbaren Endes nahe liegt. Man muß also ohngefähr wissen, ob dieses scheinbare Ende beträchtliche oder kurze Zeit nach der scheinbaren ☌ sich ereignet. Will man unter den im §. 39 erwähnten Mitteln, die in der Anmerkung des §. 39 beschriebene Zeichnung wählen, so schließe man:

$$CM : CT = 52' : Z.$$

Nun ist (Fig. 1.) $CM = 24'$ und CT hat nach eben diesem Maasstab $35',3$, also verhält sich

$$24' : 35',3 = 52' : Z$$

oder $6 : 35,3 = 13$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \hline 1059 \\ 353 \\ \hline 6\,|\,4589\,|\; 76'\tfrac{1}{2} = Z. \end{array}$$

Also ereignet sich nach dieser Zeichnung das scheinbare Ende der Finsterniß sehr nahe $76\frac{1}{2}$ Minuten, oder 1 Stunde $16\frac{1}{2}$ Minuten nach der Zeit der scheinbaren ☌. In dieser Rücksicht soll also der Zeitpunkt für die Berechnung der Länge und Höhe des Neunzigsten 1 Stunde 15' nach der Zeit der scheinbaren ☌ angenommen werden.

§. 59.

Die verbesserte Zeit der scheinbaren ☌ ist 10 Uhr 14' 52", (§. 37.) dazu 1 St. 15', so ist die Summe 11 Uhr 29' 52". Von dem vorigen Mittag bis zu dieser Zeit sind verlaufen 23 Stunden 29' 52". Diese reducirt auf Grade des Aequators.

$$\begin{array}{rr} 23\text{ St.} & 29'\ 52'' \\ & 3 \\ \hline 70^{\circ} & 29'\ 36'' \\ & 5 \\ \hline 352^{\circ} & 28' \end{array}$$

Um so viele Grade des Aequators steht die Sonne 1 St. 15' nach der verbesserten Zeit der scheinbaren ☌ von dem Nürnberger Meridian, gegen Westen gerechnet ab, also gegen Osten $360^{\circ} - 352^{\circ}\,28'$ oder $7^{\circ}\,32'$.

Von der Zeit 11 U. 29' 52"
ab die Zeit der wahren ☌ = 11 U. 6' 40"

23' 12" = 1392".

Die stündliche Aenderung der geraden Aufsteigung der Sonne ist = 2' 36",4, oder = 156",4. (§. 7.) Man berechne, wie viel diese Aenderung in 1392" beträgt.

Zeitsec. Zeitsec.

$$3600 : 1392 = 156'',4 : x$$

$$\begin{array}{lrl} \log. 156'',4 & = & 2,1942367 \\ \log. 1392'' & = & 3,1436392 \\ \hline & & 5,3378759 \\ \log. 3600 & = & 3,5563025 \\ \hline & & 1,7815734 \end{array}$$

also $x = 60'',47$ oder sehr nahe $= 1'\,0'',5$.

Es ist aber die gerade Aufsteigung der Sonne zur Zeit der wahren ☌ = $234^\circ\,43'\,9''$ (§. 7.)

	dazu	$1'\,0'',5$
ger. Aufst. d. ⊙ 1 St. 15' nach d. schb. ☌	=	$234^\circ\,44'\,9'',5$
der östl. Abst. d. ⊙ vom Meridian ist	=	$7^\circ\,32'$
also ger. Aufst. d. Mitte d. Himmels	=	$227^\circ\,12'\,9'',5$

oder gerade Aufst. der Mitte des Himmels 1 St. 15' nach der scheinb. ☌, sehr nahe $= 227^\circ\,12'\,9'' = \alpha$.

§. 60.

Daher ist nach §. 11. und 12

$$\frac{r\,\text{tang.}\,\beta}{\text{sin.}\,\alpha} = \frac{r\,\text{tang.}\,49^\circ\,15'\,35''}{\text{sin.}\,227^\circ\,12'\,9''} = \text{tang.}\,\omega.$$

$$\text{oder} = \frac{r\,\text{tang.}\,49^\circ\,15'\,35''}{-\,\text{sin.}\,47^\circ\,12'\,9''} = -\,\text{tang.}\,\omega.$$

Es ist aber $\log.\,\text{tang.}\,49^\circ\,15'\,35'' + \log.\,r = 20,0648155$

$$\begin{array}{rl} \log.\,\text{sin.}\,47^\circ\,12'\,9'' = & 9,8655537 \\ \hline & 10,1992618 \end{array}$$

daher $-\,\text{tang.}\,\omega = -\,\text{tang.}\,57^\circ\,42'\,21''$ und $+\,\text{tang.}\,\omega = \text{tang.}\,122^\circ\,17'\,39''$. Also $\omega = 122^\circ\,17'\,39''$, davon subtrahirt $\varphi = 23^\circ\,27'\,50''$, so ist $\omega - \varphi = 98^\circ\,49'\,49''$.

Es ist ferner

$$\frac{\text{tang.}\,\alpha\,\text{cos.}\,(\omega - \varphi)}{\text{cos.}\,\omega} = \frac{\text{tang.}\,227^\circ\,12'\,9''\,\text{cos.}\,98^\circ\,49'\,49''}{\text{cos.}\,122^\circ\,17'\,39''} = \text{tang. d.}$$

Länge des Neunzigsten

$$\text{oder}\;\frac{\text{tang.}\,47^\circ\,12'\,9''\,(-\,\text{cos.}\,81^\circ\,10'\,11'')}{-\,\text{cos.}\,57^\circ\,42'\,21''} = \text{tang. d. Länge d. N.}$$

Es ist aber log. tang. $47^\circ\ 12'\ 9'' = 10{,}0334223$
log. cos. $81^\circ\ 10'\ 11'' = 9{,}1861311$
$19{,}2195534$
log. cos. $57^\circ\ 42'\ 21'' = 9{,}7277577$
$9{,}4917957$

Folglich ist tang. $17^\circ\ 14'\ 22''$ = tang. der Länge des Neunzigsten, und $17^\circ\ 14'\ 22'' + 180^\circ$, (weil die gerade Aufsteigung der Mitte des Himmels über 180° ist), oder $197^\circ\ 14'\ 22''$ d. i. 6 Z. $17^\circ\ 14'\ 22''$ = der Länge des Neunzigsten 1 St. 15' nach der scheinbaren ☌.

Endlich ist

$$\frac{\sin.\beta \sin.(\omega - \varphi)}{\sin.\omega} = \frac{\sin.49^\circ\ 15'\ 35'' \sin.98^\circ\ 49'\ 49''}{\sin.122^\circ\ 17'\ 39''} = \text{cos. d. H. d. N.}$$

log. sin. $49^\circ\ 15'\ 35'' = 9{,}8794834$
log. sin. $81^\circ\ 10'\ 11'' = 9{,}9948217$
$19{,}8743051$
log. sin. $57^\circ\ 42'\ 21'' = 9{,}9270192$
$9{,}9472859$

Also ist $27^\circ\ 39'\ 45''$ = der Höhe des Neunzigsten 1 St. 15' nach der verbesserten Zeit der scheinbaren ☌, oder um 11 Uhr 29' 52''.

§. 61.

Nach §. 7. ist die stündliche wahre Bewegung des Mondes in der Ecliptik = 36' 43'',3. Also während einer Stunde und 15' oder $1\frac{1}{4}$ St. = 36' 43'',3 + 9' 10'',8 = 45' 54'',1. Aber nach §. 38. ist zur verbesserten Zeit der scheinbaren ☌

die wahre Länge des Mondes	= 7 Z. 26° 29' 21'',9
dazu die wahre Beweg. des ☾ in $1\frac{1}{4}$ St.	= 45' 54'',1
so ist d. wahre L. d. ☾ $1\frac{1}{4}$ St. nach d. schb. ☌	= 7 Z. 27° 15' 16''
davon ab die Länge des Neunz.	= 6 Z. 17° 14' 22''
so ist wahrer Abst. d. ☾ vom Neunz. g. Ost.	= 1 Z. 10° 0' 54''

§. 62.

Die Längenparallaxe des ☾ v. d. ⊙ eine Stunde 15' nach der verbesserten Zeit der scheinbaren ☌ wird vermit-

telst der im §. 13. angegebenen verbesserten Kepler'schen Formel berechnet.

l. H. Parall. d. ☾ v. d. ☉	= log. 3611	= 3,5576275
l. sin. Höhe des Neunz.	= log. sin. 27° 39′ 45″	= 9,6667636 — 10
l. sin. Abst. d. ☾ v. Neunz.	= log. sin. 40° 0′ 54″	= 9,8082030 — 10
		3,0325941

erste Zahl = 1077″,9

l. sin. a	= log. sin. 1″	= 4,6855749 — 10
2 l. H. Parall. d. ☾ v. d. ☉	= 2 log. 3611	= 7,1152550
2 l. sin. Höhe d. N.	= 2 log. sin. 27° 39′ 45″	= 19,3335272 — 20
l. sin. Abst. d. ☾ v. N.	= log. sin. 40° 0′ 54″	= 9,8082030 — 10
l. cos. Abst. d. ☾ v. N.	= log. cos. 40° 0′ 54″	= 9,8841585 — 10
		0,8267186

Zweite Zahl = 6″,7
dazu die erste Zahl = 1077″,9
L. Parall. d. ☾ v. d. ☉ = 1084″,6 = 18′ 4″,6.

§. 63.

Nun ist nach §. 61.

wahre L. d. ☾ 1¼ St. nach d. scheinb. ☌	= 7 Z. 27° 15′ 16″
Längenparall. d. ☾ v. d. ☉ zu dieser Zeit	= 18′ 4″,6
also scheinb. Länge d. ☾ v. d. ☉ z. d. Zeit	= 7 Z. 27° 33′ 20″,6
ferner ist schb. L. d. ☾ v. d. ☉ b. d. schb. ☌	= 7 Z. 26° 58′ 53″ (§. 38.)
Differenz	= 34′ 27″,6

§. 64.

Dieser Unterschied 34′ 27″,6 zwischen der scheinbaren Länge des ☾ v. d. ☉ zur verbesserten Zeit der scheinbaren ☌ und zwischen der scheinbaren Länge des ☾ v. d. ☉ 1¼ Stunde nach dieser Zeit, ist die scheinbare Bewegung des Mondes während 1¼ St. oder der Bogen der Ecliptik, den der Mond während 1¼ St. zurückzulegen scheint, wovon im §. 15. die Erklärung gegeben wurde.

§. 65.

Die stündliche Bewegung der Sonne in der Ecliptik ist = 2′ 31″,7 (§. 7.) also in 1¼ St. = 2′ 31″7 + 37″,9 = 3′ 9″,6. Diese Bewegung der Sonne von der scheinbaren Bewegung des Mondes während 1¼ St. nach der Zeit der scheinbaren ☌,

oder von 34′ 27″,6 subtrahirt, so ist der Rest 31′ 18″ die scheinbare Bewegung des Mondes von der Sonne. Davon wurde die Erklärung im §. 16. gegeben.

§. 66.

Ferner ist die wahre Breite des Mondes und die Breitenparallaxe des Mondes von der Sonne für 1 St. 15′ nach der verbesserten Zeit der scheinbaren ☌ zu berechnen, um daraus die scheinbare Breite des ☾ von der ⊙ für diesen Zeitpunkt zu finden. Nun ist zur Zeit der wahren ☌, oder um 11 U. 6′ 40″ die wahre nördliche Breite des Monds = 50′ 30″, (§. 7.) und die stündliche Aenderung derselben = 3′ 21″,7 oder = 201″,7 (§. 7.) Aber von 11 U. 6′ 40″ bis 11 U. 29′ 52″ verfließen 23′ 12″ oder 1392″. Es ist also zu berechnen, um wie viel die nördliche wahre Breite des Monds 1392 Zeitsecunden nach der Zeit der wahren ☌ kleiner ist, als zur Zeit der wahren ☌. Man schließe also:

Zeitsec.   Zeitsec.
3600 : 1392 = 201″,7 : Z.

log. 201″, = 2,3047059
log. 1392 = 3,1436392
5,4483451
log. 3600 = 3,5563025
1,8920426

so ist Z = 77″,9 oder = 1′ 17″,9. Diese Zahl von der nördlichen wahren Breite des Monds bei der wahren ☌ oder von 50′ 30″ subtrahirt, so ist der Rest 49′ 12″,1 die nördliche wahre Breite des Mondes um 11 U. 29′ 52″ oder 1¼ St. nach der verbesserten Zeit der scheinbaren ☌.

§. 67.

Die Breitenparallaxe des ☾ v. d. ⊙ wird vermittelst der verbesserten Kepler'schen Formel im §. 29. gesucht, und bei der Berechnung wie im §. 31. und §. 48. verfahren.

l. H. Parall. d. ☾ v. d. ⊙ = log. 3611 = 3,5576275
l. cos. Höhe des Neunz. = log. cos. 27° 39′ 45″ = 9,9472859 — 10
erste Zahl = 3198″,2   3,5049134

l. H. Parall. d. ☾ v. d. ☉	= log. 3611	= 3,5576275
l. sin. d. Höhe des Neunz.	= log. sin. 27° 39′ 45″	= 9,6667636 — 10
l. sin. d. wahren Breite d. ☾	= log. sin. 49′ 12″,1	= 8,1556900 — 10
l. cos. Abst. d. ☾ v. Neunz.	= log. cos. 40° 0′ 54″	= 9,8841585 — 10
zweite Zahl = 18″,4		1,2642396
l. sin. a	= log. sin. 1″	= 4,6855749 — 10
2 l. H. Parall. d. ☾ v. d. ☉	= 2 log. 3611	= 7,1152550
l. sin. d. Höhe d. Neunz.	= log. sin. 27° 39′ 45″	= 9,6667636 — 10
l. cos. d. Höhe d. Neunz.	= log. cos. 27° 39′ 45″	= 9,9472859 — 10
l. cos. Abst. d. ☾ v. Neunz.	= log. cos. 40° 0′ 54″	= 9,8841585 — 10
dritte Zahl = 19″,9		1,2990379

dazu die erste Zahl = 3198″,2

3218″,1

ab die zweite Zahl = 18″,4

Rest = 3199″,7 oder = 53′ 19″,7.

Die Breitenparallaxe des Mondes von der Sonne 1 St. 15′ nach der verbesserten Zeit der scheinbaren ☌, oder um 11 U. 29′ 52″ beträgt also 53′ 19″,7.

§. 68.

Da nun zu dieser Zeit die wahre Breite des Mondes 49′ 12″,1 nördlich ist, so wird die gefundene Breitenparallaxe von ihr subtrahirt, der Rest ist = — 4′ 7″,6. Der negative Werth bedeutet, daß die gefundene scheinbare Breite des Monds von der Sonne für 11 U. 29′ 52″, der wahren Breite des Mondes entgegengesetzt, also südlich ist, weil die wahre Breite des Mondes nördlich ist.

§. 69.

Jetzt kann die eigentliche Berechnung der Zeit des scheinbaren Endes der Sonnenfinsterniß vorgenommen werden. Es sey nemlich (Fig. 11.) AB ein Stück der Ecliptik, in C sey der Mittelpunkt der Sonne zur Zeit der scheinbaren ☌ gewesen, in G sey der Mittelpunkt der Sonne zur Zeit des scheinbaren Endes der Finsterniß, in H sey zu dieser Zeit der Mittelpunkt des Mondes in seiner scheinbaren Laufbahn, so ist die senkrechte Linie HB die scheinbare Breite des Mondes bei

dem Ende der Finsterniß = b, und die gerade Linie GH = s, ist der Summe der scheinbaren Halbmesser der Sonne und des Mondes gleich. In dem bei B rechtwinklichen Dreieck GBH ist die Cathete BG, d. h. der Unterschied der scheinbaren Längen der Sonne und des Mondes bei dem Ende der Finsterniß, leicht vermittelst der im §. 51. angegebenen Formel zu finden. Nemlich BG oder a ist $= \sqrt{(s+b)(s-b)}$.

§. 70.

Im gegenwärtigen Fall ist $s = 32' \, 47''$ (§. 52.), die scheinbare Breite b ist zwar nicht ganz genau bekannt, aber die im §. 68. angegebene, $= 4' \, 7'',6$ muß ihr nahe kommen, weil die Zeit, für welche sie berechnet wurde, (nemlich 11 U. 29′ 52″) der Zeit des scheinbaren Endes der Finsterniß nahe liegt, so daß man sie vorläufig statt b setzen kann. Alsdann ist

$$\begin{aligned} s &= 32' \, 47'' \\ b &= 4' \, 7'',6 \\ \hline s+b &= 36' \, 54'',6 = 2214'',6 \\ s-b &= 28' \, 39'',4 = 1719'',4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Nun ist } \log.\ 2214'',6 &= 3,3452953 \\ \log.\ 1719'',4 &= 3,2353769 \\ \hline 2 \mid & 6,5806722 \\ \hline & 3,2903361 \end{aligned}$$

Also GB oder $a = 1951'',4$.

§. 71.

Hierauf schließe man, wie im §. 16, Nro. 2. gezeigt wurde: die scheinbare Bewegung des Monds von der Sonne während $1\frac{1}{4}$ Stunde nach der verbesserten Zeit der scheinbaren ☌, (die nach §. 65. $= 31' \, 18''$ oder $= 1878''$ ist), verhält sich zur Linie a (1951″,4), wie $1\frac{1}{4}$ Stunde zur gesuchten Zeitdauer x, von der verbesserten Zeit der scheinbaren ☌ an, bis zu dem Zeitmoment des scheinbaren Endes der Sonnenfinsterniß.

Nemlich: St.

$1878'' : 1951'',4 = 1\frac{1}{4} : x$

```
            487'',8
1878 | 2439,2 | 1 Stunde
        561,2
            60
     | 33672,0 | 17'
       14892
        1746
          60
     | 104760 | 55'',7
       10860
        14700
```

Das scheinbare Ende der Finsterniß ereignet sich also 1 Stunde 17′ 56″ nach der verbesserten Zeit der scheinbaren ☌.

Aber die scheinbare ☌ ist um	10 U. 14′ 52″
dazu	1 St. 17′ 56″
so ist das scheinbare Ende d. Finstern. um	11 U. 32′ 48″

§. 72.

Um zu prüfen, ob diese gefundene Zeit die richtige Zeit des scheinbaren Endes der Finsterniß ist, suche man für solche die scheinbare Breite des Monds von der Sonne, auf die Art, wie im §. 50. Wenn diese mit der, bei der Rechnung des vorigen §. zum Grunde gelegten Breite, (nemlich mit 4′ 7″,6) übereinstimmt, oder dieser sehr nahe kommt, so kann man die gefundene Zeit für die richtige Zeit des Endes der Finsterniß annehmen.

§. 73.

Nun ist zuerst der Unterschied zwischen der vorläufig berechneten Zeit der scheinbaren ☌ und zwischen der Zeit, zu der die scheinbare Breite 4′ 7″,6 gehört, nemlich 11 U. 29′ 52″ zu suchen.

11 U. 29′ 52″
10 U. 14′ 29″
Unterschied = 1 St. 15′ 23″ = 4523″

Ferner ist die scheinbare Breite des Monds von der Sonne um 10 U. 14′ 29″ = + 4′ 12″,1
die scheinb. Breite d. ☾ v. d. ☉ um 11 U. 29′ 52″ = — 4′ 7″,6
Unterschied = 8′ 19″,7
oder 499″,7.

Endlich ist der Zeitunterschied zwischen der Zeit, zu welcher die berechnete scheinbare Breite 4′ 7″,6 gehört, nemlich 11 U. 29′ 52″, und zwischen der vorläufig berechneten Zeit 11 U. 32′ 48″ des Endes der Finsterniß, = 2′56″, oder = 176″.

Also schließe man:

Zeitsec.		Zeitsec.				
4523	:	176	=	499″,7	:	x

log. 499,7 = 2,6987093
log. 176 = 2,2455127
4,9442220
log. 4523 = 3,6554266
1,2887954

Also ist x = 19″,4. Dieses bedeutet, um wie viel die scheinbare Breite des Mondes sich in 176 Zeitsecunden ändert. Da nun die südliche scheinbare Breite des Mondes für eine spätere Zeit größer wird, so werden diese 19″,4 zu der scheinbaren Breite b = 4′ 7″,6 addirt. Die Summe 4′ 27″ ist die scheinbare Breite des Monds von der Sonne um 11 U. 32′ 48″. Diese Breite sey = β.

§. 74.

Hierauf verbessere man a dadurch, daß man wie im §. 56. schließt:

a	:	b	=	β-b	:	y
1951″,4	:	247″,6	=	19″,4	:	y

$$\begin{array}{rl} \log.\ 247'',6 = & 2,3937506 \\ \log.\ 19'',4 = & 1,2887954\ (\S.\ 73.) \\ \hline & 3,6825460 \\ \log.\ 1951'',4 = & 3,2903361\ (\S.\ 70.) \\ \hline & 0,3922099 \end{array}$$

so ist $y = 2'',4$. Da β größer ist als b, so ist α, oder das verbesserte $a = 1951'',4 - 2'',4$ oder $= 1949''$.

Hierauf schließe man, wie im §. 71
die scheinb. Bewegung d. ☾ v. d. ☉ : y = $1\frac{1}{4}$St. : w

$$\begin{array}{rcl} 1878'' : 2'',4 & = & 4500'' : w \\ \text{oder}\quad 313 : 0,4 & = & 4500'' : w \\ & & 0,4 \\ \hline & & |\ 1800,0\ |\ 5'' \end{array}$$

Da β größer war als b, folglich α kleiner ist, als a, so werden diese 5 Zeitsecunden von der vorläufig gefundenen Zeit 11 U. 32′ 48″ subtrahirt, so ist 11 U. 32′ 43″ die verbesserte Zeit des Endes der Finsterniß.

§. 75.

Diese verbesserte Zeit muß wiederum geprüft werden. Man suche in dieser Rücksicht für 11 U. 32′ 43″ die scheinbare Breite des Mondes von der Sonne, und bezeichne solche mit B. Man subtrahire nemlich 11 U. 29′ 52″ von 11 U. 32′ 43″, so ist der Unterschied = 2′ 51″, oder = 171″. Sodann schließe man wie im §. 73.

$$\begin{array}{c} \text{Zeitsec.}\quad \text{Zeitsec.} \\ 4523 : 171 = 499'',7 : x \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} \log.\ 499'',7 = & 2,6987093\ (\S.73.) \\ \log.\ 171 = & 2,2329961 \\ \hline & 4,9317054 \\ \log.\ 4523 = & 3,6554266\ (\S.\ 73.) \\ \hline & 1,2762788 \end{array}$$

Also ist $x = 18'',9$. Dieses x zu b oder zu $4'\ 7'',6$ addirt, so ist die Summe $4'\ 26'',5 = B$.

Ferner schließe man, wie im §. 74, da $\beta - B = 4' 27'' - 4' 26'',5$ ist:

$$\alpha : \beta = \beta - B : y$$
$$1949'' : 267'' = 0,5 : y$$
$$\underline{\quad 05 \quad}$$
$$1949'' \mid 133,5 \mid 0,07 \text{ oder fast } 0'',1 = y.$$

Also ist das verbesserte α oder $A = 1949'' + 0'',1 = 1949'',1$ (weil B kleiner als β ist.)

§. 76.

Endlich schließe man, wie im §. 74

$$1878'' : 0'',1 = 4500'' : w$$
$$\underline{\quad 0,1 \quad}$$
$$\mid 450,0 \mid 0,2 = w.$$

Da B kleiner ist als β, folglich A größer als α, so sollte w zu 11 U. 32′ 43″ addirt werden, allein weil w nur einen Theil einer Secunde beträgt, so ist 11 U. 32′ 43″ selbst für die richtige Zeit des scheinbaren Endes der Finsterniß anzunehmen.

§. 77.

Daß diese gefundene Zeit für die richtige angenommen wird, beruht nicht nur auf der Verbesserung, bei der durch successive Annäherung der Zeitunterschied immer mehr vermindert, und endlich bis auf Theile einer Secunde gebracht wird, sondern auch, und vorzüglich darauf, daß die Länge und Höhe des Neunzigsten, und daraus die scheinbare Länge und Breite des Mondes von der Sonne für ein Zeitmoment bestimmt wurde, das der Zeit des scheinbaren Endes der Finsterniß sehr nahe liegt. Denn wenn man diese Vorschrift nicht befolgt, so wird man die Zeit des Endes der Finsterniß um viele Secunden unrichtig finden, wenn man auch die Näherung bis auf die kleinsten Zeittheile fortsetzt. Der Grund davon liegt in der Ungleichförmigkeit der scheinbaren Bewegung des Mondes von der Sonne. Z. B. wenn man in dem vorliegenden Fall die scheinbare Bewegung des Monds von der Sonne während einer

Stunde, nemlich von der verbesserten Zeit der scheinbaren ☌ an, bis zum Ende der Stunde nach derselben vermittelst der Länge und Höhe des Neunzigsten für eine Stunde nach der scheinbaren ☌, u. s. w. gehörig sucht, so findet man solche $= 25' 9'',3$. Wäre diese Bewegung gleichförmig, so müßte sie also in $1\frac{1}{4}$ St. $= 25' 9'',3 + \frac{25' 9'',3}{4}$ oder $25' 9'',3 + 6' 17'',3$, d. i. $= 31' 26'',6$ seyn. Allein dieser Werth ist von dem im §. 65. angegebenen und durch die gehörige Rechnung hergeleiteten Resultat, welches $31' 18''$ ist, um $8'',6$ verschieden. Wenn man daher die scheinbare Breite des Monds von der Sonne für 1 Stunde nach der verbesserten Zeit der scheinbaren ☌ oder für 11 U. 14′ 52″ berechnet, und solche $= b = 2' 33'',4$ findet, hierauf vermittelst der Formel $\sqrt{(s+b)(s-b)}$ den Werth von a sucht, und diesen $= 1961''$ findet, endlich die Proportion $25' 9'',3$ oder $1509'',3 : 1961'' = 1$ Stunde : x berechnet, so findet man x = 1 St. 17′ 57″. Diese Zeit zu 11 U. 14′ 52″ addirt, (wie im §. 71.) giebt 11 U. 32′ 49″ als die *vorläufige* Zeit des Endes der Finsterniß. Wenn man hierauf, wie im §. 72 bis 76. die Näherungsformeln anwendet, nemlich, (da die scheinbare Breite des Mondes zur verbesserten Zeit der scheinbaren ☌ $= + 4' 9''$ und die Breite $b = - 2' 33'',4$ also ihre Differenz für eine Stunde $= 6' 42'',4$ oder $= 402'',4$ ist) erstens schließt:

$$3600'' : (11\text{ U. } 32' 49'' - 11\text{ U. } 14' 52'') = 402'',4 : x$$

so findet man $x = 120'',4 = 2' 0'',4$. Also $\beta = b + x = 2' 33'',4 + 2' 0'',4 = 4' 33'',8$ als die scheinbare Breite für 11 U. 32′ 49″. Wenn man ferner schließt

$$a : b = \beta - b : y$$

$$1961'' : 153'',4 = 120'',4 : y$$

so findet man $y = 9'',4$. Da aber β größer als b, so ist α kleiner als a, daher $\alpha = a - y = 1961'' - 9'',4 = 1951'',6$. Wenn man endlich schließt

$$1509'',3 : 9'',4 = 3600 : w$$

so findet man $w = 22''$, die, (weil α kleiner als a ist) von der Zeit 11 U. 32′ 49″ subtrahirt werden, alsdann ist 11 Uhr

32′

32′ 27″ die **verbesserte** Zeit des scheinbaren Endes der Finsterniß. Wenn man hierauf B für diese Zeit berechnet, so findet man $B = 4' \, 31'',3$ also $\beta - B = 2'',5$ und y wird vermittelst der Proportion $\alpha : \beta = \beta - B : y$, (nemlich $1951'',6 : 273'',8 = 2'',5 : y$) gefunden $= 0'',35$ welcher geringe Werth, bei Anwendung der Proportion

$$1509'',3 : 0'',35 = 3600 : w$$

für w keine Zeitsecunde giebt. Folglich ist, nach dieser Rechnung, um 11 U. 32′ 27″ das scheinbare Ende dieser Finsterniß. Diese Bestimmung weicht von der im §. 76 gegebenen, (nemlich 11 U. 32′ 43″) um 16 Zeitsecunden, und von der Bestimmung nach T. Mayer's Methode (§. 121.) um 22 Zeitsecunden ab. Eine ähnliche Bemerkung findet auch bei der Bestimmung des scheinbaren Anfangs der Finsterniß statt.

§. 78.

Die **sechste Aufgabe** ist: **die Dauer der Sonnenfinsterniß für den gegebenen Ort zu bestimmen.**

Diese Bestimmung kann auf folgende Art geschehen: man subtrahire die Zeit des scheinbaren Anfangs der Finsterniß von der Zeit des scheinbaren Endes der Finsterniß.

Nemlich:

Zeit des scheinb. Endes der Finsterniß	= 11 U. 32′ 43″	(§. 76.)
Zeit des scheinb. Anfangs der Finstern.	= 9 U. 6′ 19″	(§. 57.)
scheinbare Dauer der Finstern.	= 2 St. 26′ 24″	

§. 79.

Die **siebente Aufgabe** ist: **die Zeit der größten Verfinsterung, oder das Mittel der Sonnenfinsterniß für den gegebenen Ort zu finden.**

Wenn der Mittelpunkt der Sonne zur Zeit der scheinbaren ☌ in C (9 Figur) der Mittelpunkt des Mondes zu dieser Zeit in D erscheint, folglich die senkrechte Linie CD

die scheinbare Breite des Mondes zur Zeit der scheinbaren ☌ ist, so ist CD nicht die kleinste scheinbare Entfernung der Mittelpunkte der Sonne und des Mondes. Denn man fälle aus C auf die scheinbare Laufbahn EF des Mondes die senkrechte CT, so ist in dem bei T rechtwinklichen Dreieck CTD die Cathete CT kleiner als die Hypotenuse CD. Erscheint folglich der Mittelpunkt des Mondes in T, so ist er von dem Mittelpunkt der Sonne in C weniger entfernt, als da er in D erschien. Wenn aber die Mittelpunkte der Sonne und des Mondes am wenigsten von einander entfernt erscheinen, so ist dieses der Zeitpunkt der größten Verfinsterung der Sonne, oder das Mittel der Finsterniß.

§. 80.

Es kommt daher blos darauf an, die mit der Ecliptik parallele Linie KT zu finden, und solche in Beziehung auf die in etwas veränderte Stelle der Sonne, vermittelst der scheinbaren Bewegung des Mondes von der Sonne auf Zeit zu reduciren. In dieser Rücksicht muß zuerst der Winkel CDF den die scheinbare Laufbahn des Mondes mit der Linie CD, nemlich mit der scheinbaren Breite des Mondes zur Zeit der scheinbaren ☌, macht, gesucht werden. Es sey nun in der 5, 6, 7, und 8ten Figur, (welche die verschiedenen Lagen darstellen, die die scheinbare Laufbahn EF des Mondes gegen die Ecliptik AB haben kann, so daß die senkrechte Linie RQ, welche die scheinbare Breite des Monds von der Sonne, für den angenommenen Zeitpunkt vor der scheinbaren ☌, wenn die scheinbare ☌ auf das Mittel folgt, oder für den angenommenen Zeitpunkt nach der scheinbaren ☌, wenn das Mittel auf die scheinbare ☌ folgt, vorstellt, entweder nördlich, wie in der 6. und 7. Figur, oder südlich, wie in der 5. und 8. Figur, ist) QS parallel mit der Ecliptik AB, so ist $DS = CD + CS = CD + RQ$ wenn die scheinbare Breite RQ der scheinbaren Breite CD bei der scheinbaren ☌ entgegengesetzt ist, (Fig. 5. u. Fig. 8.) oder DS ist $= CD - CS = CD - RQ$ wenn die scheinbaren Brei-

ten CD und RQ gleichnamig sind. (Fig. 6. u. Fig. 7.) In jedem Fall aber, sind in dem bei S rechtwinklichen Dreieck DSQ bekannt die Catheten DS und SQ, nemlich DS als die Summe oder die Differenz der scheinbaren Breiten des Monds von der Sonne für die Zeit der scheinbaren ☌ und eine gewisse angenommene Zeit vor oder nach dieser ☌, und SQ, weil diese Linie = CR ist, und CR die scheinbare Bewegung des Mondes für den angenommenen Zeitraum, oder der Unterschied der scheinbaren Längen des Mondes von der Sonne zur Zeit der scheinbaren ☌ und des angenommenen Zeitpunktes vor oder nach der scheinbaren ☌ ist. Also kann der Winkel SDQ oder CDF vermittelst folgender Proportion trigonometrisch berechnet werden:

$$DS : SQ = r : \text{tang. } CDF.$$

§. 81.

Ist nun der Winkel CDF gefunden, so wird die Cathete CT in dem bei T rechtwinklichen Dreieck CTD (Fig. 9.) vermittelst folgender Proportion bestimmt:

$$r : \text{sin. } CDF = CD : CT.$$

Die so gefundene Linie CT ist der kleinste Abstand der Mittelpunkte der Sonne und des Mondes bei dem Mittel der Finsterniß.

§. 82.

Endlich findet man die gesuchte Linie KT die = CP ist, in dem bei K rechtwinklichen Dreyeck CKT, (in welchem der spitzige Winkel KCT dem Complement des Winkels CDF gleich ist), vermittelst der Proportion:

$$r : \text{sin. } KCT = CT : KT \text{ oder } CP.$$

§. 83.

Im vorliegenden Fall ist CD = 4′ 9″,1 (§. 50.) oder = 249″,1 nördlich. RQ = der scheinbaren südlichen Breite des Mondes von der Sonne um 11 U. 29′ 52″ = 4′ 7″,6. (§. 68.) Da nun CD u. SQ entgegengesetzt sind, so

ist DS = CD + RQ = $4' 9'',1 + 4' 7'',6 = 8' 16'',7$. Ferner ist SQ = CR = $34' 27'',6$ (§. 64.) = $2067'',6$ = der scheinbaren Bewegung des Mondes während $1\frac{1}{4}$ St. nach der scheinbaren ☌, (weil im gegenwärtigen Fall das Mittel nach der scheinbaren ☌ folgt), oder ± dem Unterschied der scheinbaren Länge des Mondes von der Sonne zur verbesserten Zeit der scheinbaren ☌ und der scheinbaren Länge des Mondes von der Sonne $1\frac{1}{4}$ Stunde nachher.

Nun verhält sich DS : SQ = r tang. CDF
d. i. $496''7 : 2067'',6 = r$ tang. CDF

$$\begin{array}{ll} \log.\ 2067'',6 + \log.\ r & = 13,3154665 \\ \log.\ 496'',7 & = \underline{2,6960942} \\ & \quad 10,6193723 \end{array}$$

Also CDF = $76^\circ 29'$.

§. 84.

Ferner r : sin. CDF = CD : CT
d. i. r : sin. $76^\circ 29' = 249'',1$: CT

$$\begin{array}{ll} \log.\ 249'',1 & = 2,3963737 \\ \log.\ \sin.\ 76^\circ 29' & = \underline{9,9878012} \\ \log.\ CT & = 2,3841749 \end{array}$$

Also CT = $242'',2$.

§. 85.

Der Winkel KCT ist = $90^\circ - 76^\circ 29' = 13^\circ 31'$.
Nun verhält sich r : sin. KCT = CT : KT oder CP.
d. i. r : sin. $13^\circ 31'$ = CT : KT

$$\begin{array}{ll} \log.\ CT & = 2,3841749 \\ \log.\ \sin.\ 13^\circ 31' & = \underline{9,3687111} \\ & \quad 1,7528860 \end{array}$$

Also KT oder CP = $56'',6$.

§. 86.

Nun verhält sich nach §. 16, Nro. 2. und §. 71

$1878'' : 56'',6 = 1\frac{1}{4}$ St. oder $75'$

75
2830
3962
| 4245,0 | 2′
489
60
| 29340 | 15″
10560

Der Zeitraum zwischen der scheinbaren ☌ und dem Mittel der Finsterniß ist also $= 2', 15''$, und da die scheinbare Mondsbreite vom Anfang gegen das Ende der Finsterniß abnimmt, so ereignet sich das Mittel $2' 15''$ nach der scheinbaren ☌.

Die scheinbare ☌ ist um 10 U. 14′ 52″
dazu 2′ 15″
so ist das Mittel der Finsterniß um 10 U. 17′ 7″

§. 87.

Die achte Aufgabe ist: die Größe der Verfinsterung für den gegebenen Ort zu bestimmen.

Es sey (10 Fig.) in C der Mittelpunkt der Sonne, im Punkt A der scheinbaren Laufbahn des Mondes sey der Mittelpunkt des Mondes, CE sey der scheinbare Halbmesser der Sonne, AB der scheinbare Halbmesser des Mondes, und die gerade Linie AC, welche die Mittelpunkte der Sonne und des Mondes verbindet, die scheinbare Entfernung dieser Mittelpunkte. Wenn AC größer ist als die Summe von CE und AB, so ist nichts von der Sonne verfinstert, ist AC dieser Summe gleich, so berühren sich die Ränder der Sonne und des Mondes, ist endlich AC kleiner als diese Summe, so ist ein Stück der Sonnenscheibe, das durch den Theil BE des scheinbaren Sonnendurchmessers angegeben wird, verfinstert. In diesem Fall ist $AC = AB + BC$, oder,

da $BC = CE - BE$ ist, so ist $AC = AB + CE - BE$, und daher $BE + AC = AB + CE$, folglich $BE = AB + CE - AC$. Das heißt der verfinsterte Theil der Sonnenscheibe, der durch das Stück BE ihres scheinbaren Durchmessers angegeben wird, findet sich, wenn man die scheinbaren Halbmesser der Sonne und des Mondes addirt, und von dieser Summe den scheinbaren Abstand AC der Mittelpunkte der Sonne und des Mondes subtrahirt. Aber bei dem Mittel der Finsterniß ist dieser Abstand der kleinste, (im gegenwärtigen Fall 242″,2 = CT im §. 84.) folglich alsdann der verfinsterte durch BE angegebene Theil der Sonnenscheibe am größten. Dieser verfinsterte Theil ist also leicht zu finden. Nemlich es ist

der scheinbare Sonnenhalbmesser =	16′ 14″	(§. 7.)
der verbesserte scheinb. Mondhalbmesser =	16′ 33″	(§. 38.)
Summe	32′ 47″ = 1967″	
davon ab CT =	242″,2	
so ist BE =	1724″,8	

Gewöhnlich wird der scheinbare Sonnendurchmesser in zwölf gleiche Theile, welche man Zolle nennt, und jeder Zoll in 60 Minuten getheilt. In dergleichen Theilen soll nun BE angegeben werden. Es verhält sich aber

16′ 14″ oder 974″ : 1724″,8 = 6 Zolle : y

6
974 | 10348″,8 | 10 Zolle
608,8
60
| 36528 | 37′,5
7308
4900

Es beträgt daher die größte Verfinsterung der Sonnenscheibe, welche für Nürnberg bei dieser Sonnenfinsterniß statt findet, 10 Zolle und 38 Minuten sehr nahe, vom nördlichen Rand der Sonne an, gegen den südlichen zu, gerechnet.

§. 88.

Man kann auch die Zeit bestimmen, da ein gewisser Theil der Sonnenscheibe, der kleiner als der eben gefundene ist, verfinstert erscheint. Zum Beispiel: Man kann fragen, zu welcher Zeit erscheinen sechs Zolle der Sonnenscheibe verfinstert? Hier ist BE (Fig. 10.) gegeben, und AC muß zuerst gesucht werden. Es ist aber (nach §. 87.) AC = AB + CE — BE. Nun ist BE = 6 Zoll, oder der scheinbare Sonnenhalbmesser, und CE gleichfalls, also ist AC = AB = dem scheinbaren Mondhalbmesser, also im gegenwärtigen Fall $= 16' 33''$ oder $= 993''$. Hierauf wird das Dreyeck CDG in der 5. Fig. berechnet, in welchem CD der scheinbaren Breite des Monds bei der scheinbaren ☌, (nemlich $4' 9'',1$ oder $249'',1$) und CG dem scheinbaren Mondhalbmesser gleich gesetzt wird. Der Winkel CDG wird als Nebenwinkel von CDF betrachtet, der nach der Berechnung im §. 83. $= 76^\circ 29'$ ist. In diesem Dreyeck CDG verhält sich aber

$$CG : CD = \sin. CDG : \sin. CGD$$

d. i. $993'' : 249'',1 = \sin. 76^\circ 29' : \sin. CGD$

$$\log. 249{,}1 + \log. \sin. 76^\circ 29' = 12{,}3841749 \text{ (§. 84.)}$$
$$\log. 993 = 2{,}9969492$$
$$\log. \sin. CGD = 9{,}3872257$$

Also $CGD = 14^\circ 7'$, und daher $DCG = 76^\circ 29' - 14^\circ 7' = 62^\circ 22'$.

Ferner verhält sich in dem bei H rechtwinklichen Dreieck CHG, in welchem der Winkel CGH dem Winkel DCG gleich ist, weil CD und HG parallel sind,

$$r : \sin. CGH = CG : CH$$

d. i. $r : \sin. 62^\circ 22' = 993 : CH$

$$\log. 993 = 2{,}9969492$$
$$\log. \sin. 62^\circ 22' = 9{,}9474013$$
$$2{,}9443505$$

Also $CH = 879'',7$.

Endlich schließe man, wie im §. 53

$$1858'',8 : 879'',7 = 1\tfrac{1}{6} \text{ Stunde} : x$$

so findet man x = 33 Minuten. Die Secunden werden nicht beachtet, weil dieses Resultat nicht ganz genau ist, und nur alsdann mit Schärfe das richtige Resultat gefunden würde, wenn man für die eben gefundene Zeit x die scheinbare Bewegung des Mondes von der Sonne berechnen, den gefundenen Werth in der eben angesetzten Proportion, statt 1858″,8 (welche Zahl zu einer weit längern Zeit gehört), substituiren, so die richtigere Zeit suchen, und solche nach der im §. 54. u. folg. gezeigten Methode verbessern wollte.

Nun ist die scheinbare ☌ um 10 U. 14′ 52″
davon ab 33′
Rest 9 U. 41′ 52″

Folglich sind nahe um 9 U. 41′ 52″ schon sechs Zolle der Sonnenscheibe verfinstert.

§. 89.

Auf ähnliche Art wird der Zeitpunkt nach der scheinbaren ☌ gesucht, da noch 6 Zolle der Sonne verfinstert sind, und dabei wie im §. 88. verfahren, nur daß das Dreieck DCN (5 Fig. verglichen mit der 6. 7. und 8. Figur) berechnet wird, in welchem CD die scheinbare Breite des ☾ v. d. ☉ bei der scheinbaren ☌ ist, CN dem scheinbaren Mondhalbmesser gleich gesetzt wird, und der Winkel CDN = CDF vorher schon berechnet, und = 76° 29′ gefunden wurde. Endlich ist der Winkel CND = dem Winkel CGD, weil das Dreieck GCN gleichschenklich, nemlich CN = CG ist.

Also ist CND = 14° 7′ (§. 88.) folglich DCN = 180° — (76° 29′ + 14° 7′) = 180° — 90° 36′ = 89° 24′.

In dem bei O rechtwinklichen Dreieck CNO, in welchem der Winkel CNO = DCN (in der 7. und 8. Fig.), oder dem Nebenwinkel von DCN gleich ist, (wie in der 5. und 6. Fig.), weil CD und ON parallel sind, verhält sich

r : sin. CNO = CN : CO
oder r : sin. DCN = CG : CO
d. i. r : sin. 89° 34′ = 993 : CO

$$\begin{array}{rl} \text{log. sin. } 89^\circ 24' & = 9{,}9999762 \\ \text{log. } 993 & = 2{,}9969492 \ (\S.\ 88.) \\ \hline & \ 2{,}9969254 \end{array}$$

Also $CO = 992'',9$.

Endlich schließe man, wie im §. 71

$$1878'' : 992'',9 = 1\tfrac{1}{4}\,\text{Stunde} : x$$

so findet man $x = 39'$. Also sind 39 Minuten nach der scheinbaren ☌ noch sechs Zolle der Sonne verfinstert. Die Secunden werden auch hier, als ungewiß weggelassen, weil die nemliche Bemerkung statt findet, wie im §. 88.

Nun ist die scheinbare ☌ um 10 U. 14′ 52″
dazu 39′
Summe 10 U. 53′ 52″

folglich sind nahe um 10 Uhr 53′ 52″ noch sechs Zolle der Sonne verfinstert.

Zusammenstellung

der bisher gefundenen Resultate.

Die Erscheinungen der am 19. November 1816 sich ereignenden Sonnenfinsterniß sind für den Nürnberger Meridian, und Nürnberger wahre Zeit, folgende:

die Zeit des Anfangs der Finsterniß	9 U. 6′ 19″	(§. 57.)
die Zeit der Verfinsterung von 6 Zollen	9 U. 41′ 52″	(§. 88.)
die Zeit der scheinbaren ☌	10 U. 14′ 52″	(§. 37.)
die Zeit des Mittels der Finsterniß	10 U. 17′ 7″	(§. 86.)
die Zeit der Verfinsterung von 6 Zollen	10 U. 53′ 52″	(§. 89.)
die Zeit des Endes der Finsterniß	11 U. 32′ 43″	(§. 76.)
die Dauer der Finsterniß	2 St. 26′ 24″	(§. 78.)

die größte Verfinsterung beträgt X Zolle 38′ (§. 87.) am nördlichen Rande der Sonne.

Zweite trigonometrische Berechnungsart dieser Sonnenfinsterniß für den Nürnberger Meridian, nach Tobias Mayer's Methode.

§. 90.

Diese von Tobias Mayer in Vorschlag gebrachte leichte und genaue Methode eine Sonnenfinsterniß für einen gegebenen Ort zu berechnen, besteht im Allgemeinen in folgenden Vorschriften. Es wird vorausgesetzt, daß die Zeit des Anfangs, des Mittels und des Endes der Finsterniß vorläufig bekannt, und entweder vermittelst einer Zeichnung oder durch Rechnung beiläufig für den gegebenen Ort bestimmt worden sey. Hierauf werden für drei von einander gleich weit entfernte, und der vorläufig gefundenen Zeit des Anfangs, Mittels und Endes am nächsten kommende Zeitmomente auf das schärfste berechnet, wahre Länge, horizontaler Halbmesser und Aequatorialparallaxe des Mondes und der Sonne, wahre Breite des Mondes, vergrößerter Höhendurchmesser des Mondes, reducirte Polhöhe und horizontale Parallaxe des Mondes für den gegebenen Ort, Länge und Höhe des neunzigsten Grads der Ecliptik für die reducirte Polhöhe und gegebene Zeit, und daraus Längen- und Breitenparallaxe des Mondes, so wie auch die scheinbare Länge und Breite des Mondes und der scheinbare Abstand des Mondes von der Sonne in der Ecliptik gerechnet. Endlich werden für einige Minuten in gleichen Zeitzwischenräumen vor und nach den vorigen Zeitmomenten, der scheinbare Abstand des Mondes von der Sonne in der Ecliptik gerechnet, die scheinbare Breite des Monds und die Summe der schein-

baren Halbmesser der Sonne und des Mondes, durch Einschalten oder Interpolation, und daraus, vermittelst gehöriger Substitution und Anwendung von Proportionalsätzen, die Zeit des Anfangs, des Mittels, des Endes, so wie auch die scheinbare Dauer der Finsterniß und die Größe der Verfinsterung für den gegebenen Ort gefunden.

§. 91.

Was die vorläufige Berechnung der beiläufigen Zeit des scheinbaren Anfangs, Mittels und Endes der Sonnenfinsterniß für den gegebenen Ort betrift, so kann solche auf folgende Art am leichtesten ausgeführt werden. Um der Mühe überhoben zu seyn, Länge und Höhe des Neunzigsten für die erforderlichen Zeitpunkte zu berechnen, so nimmt man solche aus den darüber bereits vorhandenen Tafeln. Uebrigens aber, müssen die in der Einleitung angegebenen Stücke vor allem berechnet worden seyn. Es sey also für die Zeit der wahren ☌, (nemlich für 11 Uhr 6′ 40″ Nürnberger wahre Zeit), in den Tafeln gefunden worden:

die Höhe des Neunzigsten = $29^\circ\, 54'$
die Länge des Neunzigsten = 6 Z. $10^\circ\, 53'$.

Daraus findet man, da die wahre Länge des Monds zur Zeit der wahren ☌ 7 Zeichen $27^\circ\, 1'\, 4''$ ist (§. 7.), durch Subtraction den wahren Abstand des Mondes vom Neunzigsten gegen Osten = 1 Z. $16^\circ\, 8'\, 4''$ oder = $46^\circ\, 8'\, 4''$.

Hierauf wird für diese Zeit der wahren ☌ die Längenparallaxe des Mondes von der Sonne berechnet, und zwar, der Bequemlichkeit der Rechnung wegen, nach der im §. 13. angegebenen einfachen Kepler'schen Formel, $\gamma \sin. \lambda \sin. \delta$, in der γ die Horizontalparallaxe des Mondes von der Sonne für den gegebenen Ort, λ die Höhe des Neunzigsten für den gegebenen Ort und die gegebene Zeit, und δ den wahren Abstand des Mondes von dem Neunzigsten bedeutet.

l. H. Parall. ☾ v. d. ☉ = log.	3611″	= 3,5576275
l. sin. Höhe d. Neunz. = log. sin.	29° 54′	= 9,6976545 — 10
l. sin. Abst. ☾ vom N. = log. sin.	46° 8′	= 9,8579078 — 10
		3,1131898

Längenparallaxe d. ☾ v. d. ☉	= 1298″ oder 21′ 38″
dazu die wahre Länge des Mondes	= 7 Z. 27° 1′ 4″
scheinb. Länge d. ☾ v. d. ☉ bei d. w. ☌	= 7 Z. 27° 22′ 42″

Da nun die wahre Länge der Sonne zu dieser Zeit nur 7 Z. 27° 1′ 4″ ist, und folglich der scheinbare Abstand des Mondes von der Sonne schon östlich ist, so ist zu dieser Zeit die scheinbare ☌ schon vorüber, oder diese ereignet sich früher als die wahre ☌.

§. 92.

Es sey nun für eine halbe Stunde vor der wahren ☌
die Höhe des Neunzigsten = 32° 53′
und die Länge des Neunzigsten = 6 Z. 3° 22′

Die halbstündliche wahre Bewegung des Mondes in der Ecliptik ist 18′ 22″ (§. 7.), diese subtrahirt von der wahren Länge des ☾ bei der wahren ☌, nemlich von 7 Z. 27° 1′ 4″, so ist die wahre Länge des Monds eine halbe Stunde vor der wahren ☌ = 7 Z. 26° 42′ 42″
davon ab die Länge des Neunzigsten = 6 Z. 3° 22′
so ist wahrer Abst. d. ☾ v. N. gegen Ost = 1 Z. 23° 20′ 42″

Hierauf wird die Längenparallaxe des ☾ v. d. ☉ wie im §. 91. gesucht. Nemlich

l. H. Parall. d. ☾ v. d. ☉ = log.	3611	= 3,5576275
l. sin. Höhe des Neunz. = log. sin.	32° 53′	= 9,7347440 — 10
l. sin. Abst. d. ☾ v. Neunz. = log. sin.	53° 21′	= 9,9043351 — 10
		3,1967066

Längenparallaxe des ☾ v. d. ☉	= 1573″ = 26′ 13″
dazu die wahre Länge des ☾	= 7 Z. 26° 42′ 42″
scheinb. L. d. ☾ v. d. ☉ ½ St. vor d. w. ☌	= 7 Z. 27° 8′ 55″
scheinb. L. d. ☾ v. d. ☉ bei d. wahren ☌	= 7 Z. 27° 22′ 42″ (§. 91.)
Differenz oder halbst. scheinb. Bew. d. ☾	= 13′ 47″
davon subtrahirt die halbst. Beweg. d. ☉	= 1′ 16″ (§. 7.)
halbstündl. scheinb. Beweg. d. ☾ v. d. ☉	= 12′ 31″

Hierauf schließe man: Stunde.

$$12' 31'' : 21' 38'' = \tfrac{1}{2} : x$$

60 60

$$751 : 1298'' = \tfrac{1}{2} : x$$

751 | 649 | 0 St.
60

| 38940 | 51'
1390
639
60

| 38340 | 51''
790

Es ereignet sich also für Nürnberg die scheinbare ☌ 51 Minuten 51 Secunden oder beinahe 52 Minuten früher als die wahre ☌.

Die wahre ☌ ist aber um 11 Uhr 6' 40'' (§. 7.)
davon ab 51' 51''

10 U. 14' 49''

Die scheinbare ☌ ereignet sich also um 10 Uhr 14' 49''.

§. 93.

Ferner sey für diese Zeit der scheinbaren ☌
die Höhe des Neunzigsten = 35° 5'
und die Länge des Neunzigsten = 5 Z. 28° 16'

Nach §. 7. ist die stündliche Bewegung des Mondes in der Ecliptik = 36' 43'',3 oder = 2203'',3. Man berechne, wie viele Secunden die wahre Bewegung des Mondes in 51' 51'' oder in 3111 Zeitsecunden, als dem Zeitunterschied zwischen der wahren und scheinbaren ☌ beträgt, vermittelst der Proportion

Zeitsecunden. Zeitsecunden.
3600 : 3111 = 2203,3 : y

log. 2203,3 = 3,3430736
log. 3111 = 3,4929000

6,8359736
log. 3600 = 3,5563025

3,2796711

so ist y = 1904'' oder = 31' 44''.

Es ist aber bei der wahren ☌ die wahre Länge des ☾ $= 7\,Z.\,27^{\circ}\ 1'\ 4''$

davon ab die berechnete wahre Beweg. des ☾	$= 31'\,44''$
wahre Länge des ☾ bei der scheinbaren ☌	$= 7\,Z.\,26^{\circ}\ 29'\,20''$
davon ab die Länge des Neunzigsten	$= 5\,Z.\,28^{\circ}\ 16'$
so ist wahrer Abstand des ☾ v N. gegen Ost	$= 1\,Z.\,28^{\circ}\ 13'\,20''$

Hierauf wird die Längenparallaxe des Monds von der Sonne wie im §. 91. gesucht.

l. H. Parall. ☾ v. d. ☉	= log. 3611	= 3,5576275
l. sin. Höhe des Neunz.	= log. sin. 35° 5'	= 9,7594920 — 10
l. sin. Abst. ☾ v. Neunz.	= log. sin. 58° 13'	= 9,9294424 — 10
		3,2465619

Längenparallaxe des ☾ v. d. ☉ = 1764″ oder = 29′ 24″.

Nun war die wahre Länge des Mondes	$= 7\,Z.\,26^{\circ}\ 29'\,20''$
dazu die Längenparallaxe des ☾ v. d. ☉	$= 29'\,24''$
scheinb. Länge d. ☾ v. d. ☉ b. d. scheinbaren ☌	$= 7\,Z.\,26^{\circ}\ 58'\,44''$

Hierauf wird für diese Zeit die Breitenparallaxe des Monds von der Sonne berechnet, und zwar der Bequemlichkeit der Rechnung wegen, vermittelst der im §. 29. angegebenen einfachen Kepler'schen Formel γ cos. λ, in der γ die Horizontalparallaxe des Monds von der Sonne und λ die Höhe des Neunzigsten bedeutet.

l. Horiz. Parall. d. ☾ v. d. ☉	= log. 3611	= 3,5576275
l. cos. Höhe des Neunz.	= log. cos. 35° 5'	= 9,9129215 — 10
		3,4705490

Breitenparallaxe des ☾ v. d. ☉ = 2954″ oder = 49′ 14″.

Um die scheinbare Breite des Monds von der Sonne zur Zeit der scheinbaren ☌ zu finden, wird, weil die wahre Breite des Monds nördlich ist, die gefundene Breitenparallaxe von der wahren Breite des Monds subtrahirt. Es muß also zuerst die wahre Breite des Monds für diese Zeit berechnet werden. Zur Zeit der wahren ☌ um 11 U. 6′ 40″ ist aber die wahre Breite des Monds 50′ 30″ nördlich (§. 7.), und die stündliche Veränderung derselben = 3′ 21″,7 (§. 7.) oder 201″,7. Also wird gesucht, um wieviel die wahre nördliche

Breite des Monds 51' 51" oder 3111" vor der wahren ☌, das heißt: zur Zeit der scheinbaren ☌ größer war. Daher schließt man:

Zeitsecunden. Zeitsecunden.

$3600 : 3111 = 201'',7 : Z$

$\log. 201'',7 = 2,3047059$
$\log. 3111 = 3,4929000$
$\quad 5,7976059$
$\log. 3600 = 3,5563025$
$\quad 2,2413034$

so ist $Z = 174'',3$ oder $2' 54'',3$. Nun ist

wahre nördl. Breite des ☾ b. d. wahren ☌	= 50' 30"
dazu addirt	2' 54",3
wahre nördl. Breite d. ☾ bei d. scheinbaren ☌	= 53' 24",3
davon die Breitenparallaxe d. ☾ v. d. ☉	= 49' 14"
scheinb. nördl. Br. des ☾ v. d. ☉ bei d. scheinb. ☌	= 4' 10",3

§. 94.

Jetzt kann die Zeit des scheinbaren Anfangs der Finsterniß für Nürnberg gefunden werden. Es sey nemlich für eine Stunde vor der scheinbaren ☌, oder für 9 Uhr 14' 49"

die Höhe des Neunzigsten = 40° 58'
die Länge des Neunzigsten = 5 Z. 15° 33'

Ferner war d. wahre Länge d. ☾ b. d. schb. ☌	= 7 Z. 26° 29' 20"
davon die stündliche Bewegung d. ☾ ab	36' 43"
wahre Länge d. ☾ 1 St. vor der scheinb. ☌	= 7 Z. 25° 52' 37"
davon ab die Länge des Neunzigsten	= 5 Z. 15° 33'
wahrer Abstand d. ☾ vom Neunz. gegen Ost	= 2 Z. 10° 19' 37"

Nun wird die Längenparallaxe des Monds von der Sonne wie im §. 91. berechnet.

l. H. Parall. d. ☾ v. d. ☉ = log. 3611	= 3,5576275
l. sin. Höhe d. Neunz. = log. sin. 40° 58'	= 9,8166521 — 10
l. sin. Abst. d. ☾ v. Neunz. = log. sin. 70° 19'	= 9,9738519 — 10
	3,3481315

Längenparallaxe d. ☾ v. d. ☉ = 2229″ oder = 37′ 9″

dazu die wahre Länge des Monds = 7 Z. 25° 52′ 37″

schb. L. d. ☾ v. d. ☉ 1 St. v. d. schb. ☌ = 7 Z. 26° 29′ 46″

die schb. L. d. ☾ v. d. ☉ b. d. schb. ☌ = 7 Z. 26° 58′ 44″ (§. 93.)

schb. Bew. d. ☾ während 1 St. v. d. schb. ☌ = 28′ 58″

davon ab die stündliche Bewegung der ☉ = 2′ 31″,7

scheinbare stündliche Beweg d. ☾ v. d. ☉ = 26′ 26″,3

Die Breitenparallaxe des Monds von der Sonne wird wie im §. 93. berechnet.

l. H. Parall. des ☾ v. d. ☉ = log. 3611 = 3,5576275

l. cos. Höhe des Neunz. = log. cos. 40° 58′ = 9,8779994 — 10

3,4356269

Breitenparallaxe d. ☾ v. d. ☉ = 2726″ oder = 45′ 26″.

Da die wahre Breite des Mondes zur Zeit der scheinbaren ☌ 53′ 24″,3 nördlich ist (§. 93.), und die stündliche Aenderung dieser Breite 3′ 21″,7 beträgt (§. 7.), so ist die wahre Breite des Monds eine Stunde vor der scheinbaren ☌ = 53′ 24″,3 + 3′ 21″,7 oder = 56′ 46″. Davon ab die Breitenparallaxe 45′ 26″, so ist 11′ 20″ die scheinbare nördliche Breite des Monds von der Sonne eine Stunde vor der scheinbaren ☉.

Es ist also in der 5. Figur die scheinbare Breite CD des Mondes von der Sonne bei der scheinbaren ☌ = 4′ 10″ (§. 93.) oder = 250″ nördlich, die scheinbare Breite KL des Monds von der Sonne eine Stunde vor der scheinbaren ☌ = 11′ 20″ oder 680″ nördlich, also LM = KL — CD = 680″ — 250″ = 430″. Ferner CK oder der Unterschied der scheinbaren Längen des Monds von der Sonne bei der scheinbaren ☌ und eine Stunde vorher, d. h. die scheinbare stündliche Bewegung des Mondes 1 St. vor der scheinbaren ☌ = 28′ 58″ oder = 1738″. Also verhält sich

DM oder CK : LM = r : tang. LDM

1738″ : 430″ = r : tang. LDM

Nun ist log. 430 + log. r = 12,6334685

log. 1738 = 3,2400498

9,3934187

folglich

folglich ist LDM = $13^\circ 54'$, also der Winkel CDG = $13^\circ 54' + 90^\circ$, oder = $103^\circ 54'$.

In eben dieser fünften Figur ist CG = scheinb. Halbmesser der ☉ + scheinb. Halbmesser des ☾.

Nun ist nach §. 7.

scheinbarer Halbmesser des ☾ = $16' 28''$
scheinbarer Halbmesser der ☉ = $16' 14''$
Summe = CG = $32' 42''$ oder = $1962''$.

In dem Dreieck CDG verhält sich aber nach §. 88

$$CG : CD = \sin.\ CDG : \sin.\ CGD$$
$$1962 : 250 = \sin.\ 103^\circ 54' : \sin.\ CGD$$

log. sin. $76^\circ 6'$	=	9,9870924
log. 250	=	2,3979400
		12,3850324
log. 1962	=	3,2926990
		9,0923334

Also CGD = $7^\circ 6'$ und DCG = $180^\circ - (103^\circ 54' + 7^\circ 6') = 69^\circ$.

Endlich verhält sich nach §. 88

$$r : \sin.\ DCG = CG : CH$$
$$r : \sin.\ 69^\circ = 1962'' : CH$$

log. sin. 69°	=	9,9701517
log. 1962	=	3,2926990
		3,2628507

Folglich ist CH = $1832''$.

Hierauf schließe man nach §. 53, da die scheinbare stündliche Bewegung des Monds von der Sonne = $26' 26'',3$ oder = $1586'',3$ ist, (§. 94.)

$1586'',3 : 1832'' = 1$ Stunde : x

15863 | 18320 | 1 Stunde
2457
60
| 147420 | 9 Minuten
4653
60
| 279180 | 17 Secunden
120550

Der scheinbare Anfang der Finsterniß ereignet sich also 1 Stunde 9′ 17″ vor der scheinbaren ☌.

Nun ist die scheinbare ☌ um	10 Uhr 14′ 49″	(§. 92.)
davon ab	1 St. 9′ 17″	
so ist der scheinb. Anf. d. Finsterniß um	9 Uhr 5′ 32″	

§. 95.

Ferner ist die Zeit des scheinbaren Endes der Finsterniß zu bestimmen. Es sey nemlich für eine Stunde nach der scheinbaren ☌ oder für 11 Uhr 14′ 49″

die Höhe des Neunzigsten $= 29^\circ\ 7'$

die Länge des Neunzigsten $= 6$ Z. $13^\circ\ 3'$.

Ferner war

die wahre Länge des ☾ bei der scheinb. ☌	= 7 Z. 26° 29′ 20″	(§. 93.)
dazu die wahre stündl. Bewegung d. ☾	= 36′ 43″	(§. 7.)
wahre Länge d. ☾ 1 St. nach d. scheinb. ☌	= 7 Z. 27° 6′ 3″	
davon ab die Länge des Neunzigsten	= 6 Z. 13° 3′	
wahrer Abst. d. ☾ v. Neunz. gegen Ost	= 1 Z. 14° 3′ 3″	

Nun wird die Längenparallaxe des Monds von der Sonne wie im §. 91. berechnet.

l. Hor. Parall. d. ☾ v. d. ☉	= log. 3611	= 3,5576275
l. sin. Höhe des Neunz.	= log. sin 29° 7′	= 9,6871628 — 10
l. sin. Abst. des ☾ v. Neunz.	= log. sin. 44° 3′	= 9,8421634 — 10
		3,0869537

Längenparallaxe des ☾ v. d. ☉	= 1222″ oder = 20′ 22″	
dazu die wahre Länge des ☾	= 7 Z. 27° 6′ 3″	
schb. L. d. ☾ v. d. ☉ 1 St. n. d. schb. ☌	= 7 Z. 27° 26′ 25″	
schb. L. d. ☾ v. d. ☉ bei der scheinb. ☌	= 7 Z. 26° 58′ 44″	(§. 93.)
scheinb. Bew. d. ☾ während 1 St. nach d. schb. ☌	= 27′ 41″	
davon ab die stündliche Bewegung der ☉	= 2′ 31″,7	(§. 7.)
scheinb. stündliche Bewegung des v. ☾ d. ☉	= 25′ 9″,3 oder 1509″,3.	

Wenn nun in der 5ten Figur die Linie EDN als eine einzige gerade Linie betrachtet wird, so ist der Winkel CDN der Nebenwinkel von CDG. Da aber der Winkel CDG $= 103^\circ\ 54'$ ist (§. 94.), so ist CDN $= 180^\circ - 103^\circ\ 54'$, oder $= 76^\circ\ 6'$. Ferner ist in dieser Figur CN = scheinb. Halb-

messer der ☉ + scheinbare Halbmesser des ☾, also = CG. Folglich ist das Dreieck GCN gleichschenklich, daher ist der Winkel CND = dem Winkel CGD.

Es ist aber der Winkel CGD = $7^\circ 6'$ (§. 94.), also ist auch der Winkel CND = $7^\circ 6'$. Ferner ist der Winkel DCN = $180^\circ - (76^\circ 6' + 7^\circ 6') = 96^\circ 48'$.

Endlich verhält sich in dem rechtwinklichen Dreieck ONC, nach §. 89.

$$r : \sin. DCN = CG : CO$$
$$r : \sin. 96^\circ 48' = 1962'' : CO$$

log. 1962 = 3,2926990
log. sin. $83^\circ 12'$ = 9,9969342
3,2896332

Also CO = 1948″.

Nun schließe man, wie im §. 71

1509″,3 : 1948″ = 1 Stunde : x

15093 | 19480 | 1 Stunde
4387
60
| 263220 | 17 Minuten
112290
6639
60
| 398340 | 26 Secunden
96480

Das scheinbare Ende der Finsterniß ist also 1 Stunde 17′ 26″ nach der Zeit der scheinbaren ☌.

Nun ist die scheinbare ☌ um 10 Uhr 14′ 49″ (§. 92.)
dazu 1 St. 17′ 26″
so ist das scheinb. Ende der Finst. um 11 Uhr 32′ 15″

§. 96.

Endlich ist noch die Zeit des Mittels der Finsterniß zu bestimmen. In der neunten Figur, in welcher CD die scheinbare Breite des Monds bei der scheinbaren ☌, also in

unserm Fall 4' 10'' oder 250'' (§. 93.) ist, verhält sich in dem bei T rechtwinklichen Dreieck CTD

$$r : \cos. CDT = CD : DT.$$

Es ist aber der Winkel CDT der nemliche, der in der fünften Figur mit CDN bezeichnet ist, also ist, nach §. 95 $CDT = 76^\circ 6'$. Daher verhält sich im gegenwärtigen Fall

$$r : \cos. 76^\circ 6' = 250'' : DT$$

$$\begin{aligned} \log. 250'' &= 2{,}3979400 \\ \cos. 76^\circ 6' &= 9{,}3806237 \\ \hline & 1{,}7785637 \end{aligned}$$

also $DT = 60''$

Nun schließe man $1509'',3 : 60'' = 60$ Zeitmin. : Z Zeitmin.

15093 | 36000 | 2 Minuten
5814
60
| 348840 | 23 Secunden
46980

Es ist also der Zeitunterschied zwischen der scheinbaren ☌ und dem Mittel der Finsterniß = 2' 23'', und da die wahre Breite des Monds, vom Anfang bis zum Ende der Finsterniß gerechnet, abnehmend ist, so fällt die Zeit des Mittels nach der Zeit der scheinbaren ☌. Nun ist aber

die scheinbare ☌ um	10 Uhr 14' 49''	(§. 92.)
dazu	2' 23''	
also das Mittel der Finsterniß um	10 Uhr 17' 12''	

§. 97.

Nach dieser vorläufigen im §. 91 bis §. 96. geführten Berechnung ist also für Nürnberg von dieser Sonnenfinsterniß beiläufig

der Anfang um	9 Uhr 5' 32''
das Mittel um	10 Uhr 17' 12''
und das Ende um	11 Uhr 32' 15''

§. 98.

Nach dieser beiläufigen Bestimmung wird nun die genaue Bestimmung dieser Zeitmomente vorgenommen. Man

wählt nemlich drei Zeitmomente, die den vorläufig berechneten drei Zeitmomenten sehr nahe kommen, und um gleichviel von einander entfernt sind, zum Beispiel: 9 Uhr 6′, 10 Uhr 18′ und 11 Uhr 30′. Hier findet von einer Zeit zur andern der nemliche Unterschied, 1 Stunde 12 Minuten statt. Hierauf sucht man für jede dieser angenommenen drei Zeiten die im §. 90. erwähnten Stücke.

§. 99.

Für die drei angenommenen Zeitmomente ist also auf das schärfste zu berechnen, 1) die wahre Länge der Sonne. Nun ist nach §. 7. um 11 Uhr 6′ 40″, als der Zeit der wahren Conjunction für Nürnberg, die wahre Länge der Sonne 7 Z. 27° 1′ 4″, und die stündliche Bewegung der Sonne in der Ecliptik 2′ 31″,7. Der Unterschied zwischen dem ersten angenommenen Zeitmoment 9 Uhr 6′ und 11 Uhr 6′ 40″ ist = 2 Stunden 40 Sec., oder = 7240 Secunden. Da nun 2′ 31″,7 = 151″,7 ist, so schließe man:

$$3600'' : 7240'' = 151'',7 : x$$

log. 151″,7	=	2,1809856
log. 7240″	=	3,8597386
		6,0407242
log. 3600″	=	3,5563025
		2,4844217

Also x = 305″ oder = 5′ 5″, als die Bewegung der Sonne in der Ecliptik während 2 St. 40″.

Hierauf von der wahren Länge der ☉ bei der wahren ☌ = 7 Z. 27° 1′ 4″
abgezogen 5′ 5″
so ist wahre L. d. ☉ für d. erste Zeit um 9 U. 6′ = 7 Z. 26° 55′ 59″

Ferner ist die wahre Länge der Sonne für das zweite Zeitmoment um 10 Uhr 18′ zu berechnen.

Zeit der wahren ☌ = 11 Uhr 6′ 40″
ab 10 Uhr 18′
Zeitunterschied = 48′ 40″ oder 2920″

$3600'' : 2920'' = 151'',7 : y$

log. 151,7 = 2,1809856
log. 2920 = 3,4653828

5,6463684

log. 3600 = 3,5563025

2,0900659

Also y = 123'' oder = 2' 3''.

wahre Länge der ⊙ bei d. wahren ☌ = 7 Z. 27° 1' 4''
davon ab 2' 3''

wahre Länge der ⊙ um 10 Uhr 18' = 7 Z. 26° 59' 1''

Endlich ist die wahre Länge der Sonne für das dritte Zeitmoment um 11 Uhr 30' zu berechnen.

Zeit der wahren ☌ = 11 Uhr 6' 40''
drittes Zeitmoment = 11 Uhr 30'

Unterschied 23' 20'' oder 1400''

$3600'' : 1400'' = 151'',7 : Z$

oder 18 : 7 = 151,7
7

18 | 1061,9 | 58'',9 oder sehr nahe 59''
161
179

wahre Länge der ⊙ b. d. wahren ☌ = 7 Z. 27° 1' 4''
dazu 59''

wahre Länge der ⊙ um 11 Uhr 30' = 7 Z. 27° 2' 3''

§. 100.

Zweitens ist für die drei angenommenen Zeitmomente zu berechnen die wahre Länge des Mondes. Nun ist nach §. 7. um 11 Uhr 6' 40'', als der Zeit der wahren ☌ für Nürnberg, die wahre Länge des Mondes 7 Z. 27° 1' 4'', und die stündliche auf die Ecliptik reducirte wahre Bewegung des Mondes = 36' 43'',3 oder = 2203'',3. Der Unterschied zwischen dem ersten angenommenen Zeitmoment 9 U. 6' und zwischen 11 U. 6' 40'' ist 2 Stunden 40'' oder 7240 Secunden. Man schließe also:

3600″ : 7240″ = 2203″,3 : x

log. 2203″,3 = 3,3430736
log. 7240 = 3,8597386
7,2028122
log. 3600 = 3,5563025
3,6465097

Also x = 4431″ oder = 1° 13′ 51″.

Nun ist wahre Länge d. ☾ b. d. w. ☌	=	7 Z. 27° 1′ 4″
davon ab		1° 13′ 51″
wahre Länge des ☾ um 9 Uhr 6′	=	7 Z. 25° 47′ 13″

Ferner ist die wahre Länge des Mondes für das zweite Zeitmoment um 10 Uhr 18′ zu berechnen. Es ist 11 U. 6′ 40″ — 10 U. 18′ = 48′ 40″ oder = 2920″. Daher

3600″ : 2920″ = 2203″,3 : y

log. 2203″,3 = 3,3430736
log. 2920″ = 3,4653828
6,8084564
log. 3600″ = 3,5563025
3,2521539

Also y = 1787″ oder = 29′ 47″.

Nun ist wahre Länge d. ☾ b. d. w. ☌	=	7 Z. 27° 1′ 4″
davon ab		29′ 47″
wahre Länge d. ☾ um 10 Uhr 18′	=	7 Z. 26° 31′ 17″

Endlich ist die wahre Länge des ☾ für das dritte Zeitmoment um 11 Uhr 30′ zu berechnen. Es ist 11 Uhr 30′ — 11 Uhr 6′ 40″ = 23′ 20″, oder = 1400″. Folglich

3600″ : 1400″ = 2203″,3 : Z

7
18 | 15423,1 | 857″ oder 14′ 17″ = Z
102
123

Nun ist wahre Länge d. ☾ b. d. w. ☌	=	7 Z. 27° 1′ 4″
dazu		14′ 17″
wahre Länge des ☾ um 11 Uhr 30′	=	7 Z. 27° 15′ 21″

§. 101.

Drittens ist für jedes der angenommenen drei Zeitmomente die wahre Breite des Monds zu berechnen. Nun ist nach §. 7. um 11 Uhr 6′ 40″, als der Nürnberger wahren Zeit der wahren ☌, die wahre Breite des Mondes 50′ 30″ nördlich, diese wahre nördliche Breite des Mondes nimmt, vom Anfang bis zum Ende der Finsterniß gerechnet, stündlich um 3′ 21″,7 oder um 201″,7 ab. Es ist aber 11 Uhr 6′ 40″ — 9 Uhr 6′ = 2 St. 40″ oder = 7240″. Folglich verhält sich

$$3600'' : 7240'' = 201'',7 : x$$

$$\begin{array}{ll} \log.\ 201'',7 & = 2,3047059 \\ \log.\ 7240'' & = \underline{3,8597386} \\ & \ 6,1644445 \\ \log.\ 3600 & = \underline{3,5563025} \\ & \ 2,6081420 \end{array}$$

also $x = 405'',6$ oder $= 6' 45'',6$.

Nun ist wahre nördl. Br. d. ☾ b. d. w. ☌	= 50′ 30″
dazu addirt	6′ 45″,6
so ist wahre nördl. Breite d. ☾ um 9 U. 6′	= 57′ 15″,6

Es ist aber der Zwischenraum zwischen jedem Paar der angenommenen Zeitmomente 1 Stunde 12′ oder $1\frac{1}{5}$ Stunde.

Ferner die stündliche Abnahme der Breite	= 3′ 21″,7
dazu $\frac{1}{5}$ dieser Zahl	= 0′ 40″,3
so ist die Abnahme der ☾ Breite während $1\frac{1}{5}$ St.	= 4′ 2″

Nun war die wahre nördl. Br. d. ☾ um 9 U. 6′	= 57′ 15″,6
davon ab	4′ 2″
so ist wahre nördl. Breite des ☾ um 10 U. 18′	= 53′ 13″,6
davon ab	4′ 2″
so ist die wahre nördl. Br. d. ☾ um 11 U. 30′	= 49′ 11″,6

§. 102.

Viertens ist die Polhöhe Nürnbergs 49° 26′ 55″ wegen der Applattung der Erde (diese Applattung $= \frac{1}{300}$ gesetzt), zu

verbessern. Diese Verbesserung beträgt, (nach §. 3, Nro. 12. der Einleitung) — 11′ 20″, so daß also die reducirte Polhöhe Nürnbergs 49° 15′ 35″ ist.

§. 103.

Fünftens ist die Horizontalparallaxe des Mondes für Nürnberg, aus der horizontalen Aequatorialparallaxe des Mondes, die nach §. 3. der Einleitung = 60′ 27″ ist, zu bestimmen. Diese Reduction kann wie im §. 4. ausgeführt werden, so findet man die Verbesserung = 7″. Folglich ist 60′ 27″ — 7″ oder 60′ 20″ die gesuchte Horizontalparallaxe des Mondes für Nürnberg zur Zeit der wahren Conjunction, und da die horizontale Aequatorialparallaxe des Mondes nach dem Berliner astronomischen Jahrbuch für 1816, am 19. November in 24 Stunden nur um 27″ abnimmt, folglich auf eine Stunde sehr nahe nur eine Secunde Abnahme kommt, so ist 60′ 20″ auch die Horizontalparallaxe des Mondes für Nürnberg um 11 Uhr 30′.

Um 9 Uhr 6′ ist die horizontale Aequatorialparallaxe des Mondes sehr nahe = 60′ 29″. Daraus berechne man die horizontale Mondsparallaxe für Nürnberg wie im §. 4.

$$\begin{array}{lr} \text{log. } 60' 29'' = \text{log. } 3629'' = & 3{,}5597870 \\ \text{2 log. sin. } 49^\circ 27' = & 19{,}7614430 \\ \hline & 23{,}3212300 \\ & -22{,}4771213 \\ \hline & 0{,}8441087 \end{array}$$

Die zu diesem Logarithmus gehörige Zahl ist auch wiederum sehr nahe 7″. Also ist für das angenommene Zeitmoment um 9 Uhr 6′ die horizontale Parallaxe des Mondes zu Nürnberg = 60′ 29″ — 7″, oder = 60′ 22″.

Für das Zeitmoment um 10 Uhr 18′ wird sie also seyn 60′ 21″.

§. 104.

Sechstens ist der wahre Abstand der Sonne von dem Nürnberger Meridian für die drei angenommenen Zeitmomente zu berechnen.

1) Für das erste Zeitmoment, um 9 Uhr 6'. Von dem vorigen Mittag bis zu dieser Zeit sind verlaufen 21 Stunden, 6 Minuten. Diese reducirt auf Grade des Aequators

$$\begin{array}{rr} 21\text{ St.} & 6' \\ & 3 \\ \hline 63^\circ & 18' \\ & 5 \\ \hline 316^\circ & 30' \end{array}$$

Um so viele Grade des Aequators steht die Sonne um 9 Uhr 6' von dem Nürnberger Meridian, gegen Westen gerechnet, ab. Also gegen Osten um $360^\circ - 316^\circ\,30'$, oder $43^\circ\,30'$.

Es ist aber der Zwischenraum zwischen jedem Paar der zunächst auf einander folgenden angenommenen Zeitmomente = 1 Stunde 12' oder = $1\frac{1}{5}$ Stunde.

Nun werden auf eine Stunde 15° des Aequators gerechnet, also auf $\frac{1}{5}$ Stunde, 3° des Aequators, und folglich auf $1\frac{1}{5}$ Stunde $15^\circ + 3^\circ$ oder 18°.

Es war aber 1) der Abst. d. ☉ v. Merid. östl. um 9 U. 6'	$= 43^\circ\,30'$
davon ab	18°
so ist 2) östlicher Abst. d. ☉ v. Merid. um 10 U. 18'	$= 25^\circ\,30'$
davon ab	18°
so ist 3) östlicher Abst. d. ☉ v. Merid. um 11 U. 30'	$= 7^\circ\,30'$

§. 105.

Siebentens ist die gerade Aufsteigung der Sonne für die angenommenen drei Zeitmomente zu berechnen.

Nach dem Berliner astronomischen Jahrbuch für 1816 ist die gerade Aufsteigung der Sonne für den wahren Mittag Berliner Zeit

des 19. Novembers	$234^\circ\,45'\,3''$
und des 18. Novembers	$233^\circ\,42'\,30''$
Unterschied in 24 Stunden	$1^\circ\,2'\,33''$ oder $62'\,33''$

Diese Zahl 62′ 33″ mit 24 dividirt giebt den Unterschied der geraden Aufsteigung der Sonne während einer Stunde.

24 | 62′ 33″ | 2′
14
60
| 873 | 36″,37
153
90
180

Also ist der Unterschied dieser Aufsteigung für eine Stunde = 2′ 36″,37 oder 156″,37. Folglich, wenn man dazu das Fünftel addirt

156″,37
31,27
187″,64 oder 3′ 7″,64

so ist 3′ 7″,64 der Unterschied dieser geraden Aufsteigung während $1\frac{1}{5}$ Stunde.

Nun ist der Zeitunterschied zwischen Berlin und Nürnberg = 9′ 12″ (§. 5.), also ist 9 Uhr 6′ Nürnberger Zeit = 9 Uhr 15′ 12″ Berliner Zeit. Von 12 Uhr des 18. Novembers bis 9 Uhr 15′ 12″ Vormittags des 19. Nov. sind aber verlaufen 21 Stunden 15′ 12″ oder 76512 Zeitsecunden, also schließe man:

3600″ : 76512″ = 156″,37 : x

log. 156,37 = 2,1941534
log. 76512 = 4,8837296
7,0778830
3,5563025
3,5215805

also ist x oder der Unterschied der geraden Aufsteigung der Sonne während 21 Stunden 15′ 12″ = 3323″,4 oder 55′ 23″,4

dazu die ger. Aufst. d. ☉ Mittags d. 18. N.	= 233° 42′ 30″
so ist die ger. Aufst. d. ☉ um 9 U. 6′ Nbg. Zeit	= 234° 37′ 53″,4
dazu	3′ 7″,6
so ist die gerade Aufst. d. ☉ um 10 U. 18′	= 234° 41′ 1″
dazu wiederum	3′ 7″,6
so ist die gerade Aufst. d. ☉ um 11 U. 30′	= 234° 44′ 8″,6

§. 106.

Achtens ist für jedes der drei angenommenen Zeitmomente die gerade Aufsteigung der Mitte des Himmels zu berechnen. Diese findet man im gegenwärtigen Fall, wenn man von der im §. 105 gefundenen geraden Aufsteigung der Sonne den im §. 104 angegebenen entsprechenden östlichen Abstand der Sonne vom Meridian, subtrahirt.

Es ist also 1) für 9 Uhr 6′ als das erste angenommene Zeitmoment:

die gerade Aufsteigung der ☉	= 234° 37′ 53″	(§. 105.)
der östl. Abst. d. ☉ v. Nürnb. Meridian	= 43° 30′	(§. 104.)
ger. Aufst. d. M. d. Himmels um 9 U. 6′	= 191° 7′ 53″	

2) Für 10 Uhr 18′, als das zweite angenommene Zeitmoment, ist:

die gerade Aufsteigung der ☉	= 234° 41′ 1″	(§. 105.)
der östl. Abst. d. ☉ v. Nürnb. Meridian	= 25° 30′	(§. 104.)
ger. Aufst. d. M. d. Himm. um 10 U. 18′	= 209° 11′ 1″	

3) Für 11 Uhr 30′, als das dritte angenommene Zeitmoment, ist:

die gerade Aufsteigung der ☉	= 234° 44′ 9″	(§. 105.)
der östl. Abst. d. ☉ v. Nürnb. Meridian	= 7° 30′	(§. 104.)
ger. Aufst. d. M. d. Himm. um 11 U. 30′	= 227° 14′ 9″	

Anmerkung. Auch kann man überhaupt die gerade Aufsteigung der Mitte des Himmels finden, wenn man den Abstand der ☉ vom Meridian, im Aequator gegen Westen gerechnet, und die gerade Aufsteigung der ☉ addirt, und wenn diese Summe über 360° beträgt, von ihr 360° subtrahirt. Z. B. Im gegenwärtigen Fall, ist (nach §. 105.) der Abstand der Sonne vom Nürnberger Meridian, gegen Westen gerechnet, um

9 Uhr 6′	= 316° 30′
dazu die gerade Aufst. d. ☉ um 9 U. 6′	= 234° 37′ 53″
Summe	551° 7′ 53″
davon ab	360°
gerade Aufst. d. Mitte d. Himmels um 9 U. 6′	= 191° 7′ 53″

§. 107.

Neuntens ist für jedes der drei angenommenen Zeitmomente die Länge und Höhe des neunzigsten Grads der Ecliptik, so wie auch der wahre Abstand des Mondes von diesem neunzigsten Grad zu berechnen.

In den bei dieser Berechnung anzuwendenden Formeln bedeutet α die gerade Aufsteigung der Mitte des Himmels, β die reducirte Polhöhe des gegebenen Orts, (die im gegenwärtigen Fall, nach §. 102 $= 49^\circ\ 15'\ 35''$ ist) φ die Schiefe der Ecliptik, die $= 23^\circ\ 27'\ 50''$ ist, und ω einen gewissen Hülfswinkel. Uebrigens wird so gerechnet, wie schon im §. 11 und §. 12. gezeigt worden ist.

1) Für das erste angenommene Zeitmoment, um 9 U. 6'. Für dieses ist $\alpha = 191^\circ\ 7'\ 53''$ (§. 106).

$$\frac{r \text{ tang. } \beta}{\text{sin. } \alpha} = \frac{r \text{ tang. } 49^\circ\ 15'\ 35''}{\text{sin. } 191^\circ\ 7'\ 53''} = \text{tang. } \omega$$

$$\text{also } \frac{r \text{ tang. } 49^\circ\ 15'\ 35''}{-\text{sin. } 11^\circ\ 7'\ 53''} = -\text{tang. } \omega.$$

Nun ist log. tang. $49^\circ\ 15'\ 35'' +$ log. r $= 20{,}0648155$
log. sin. $11^\circ\ 7'\ 53''$ $= 9{,}2856913$
$10{,}7791242$

Also ist $-$ tang. $\omega = -$ tang. $80^\circ\ 33'\ 30''$ und tang. ω $=$ tang. $99^\circ\ 26'\ 30''$. Daher $\omega = 99^\circ\ 26'\ 30''$, und $\omega - \varphi$ $= 99^\circ\ 26'\ 30'' - 23^\circ\ 27'\ 50'' = 75^\circ\ 58'\ 40''$.

Ferner ist:

$$\frac{\text{tang. } \alpha \text{ cos. } (\omega - \varphi)}{\text{cos. } \omega} = \frac{\text{tang. } 191^\circ\ 7'\ 53'' \text{ cos. } 75^\circ\ 58'\ 40''}{\text{cos. } 99^\circ\ 26'\ 30''} = \text{tang.}$$

der Länge des Neunzigsten.

$$\text{also } \frac{\text{tang. } 11^\circ\ 7'\ 53'' \text{ cos. } 75^\circ\ 58'\ 40''}{-\text{cos. } 80^\circ\ 33'\ 30''} = -\text{ tang. der}$$

Länge des Neunzigsten.

log. tang. $11^\circ\ 7'\ 53''$ $= 9{,}2939395$
log. cos. $75^\circ\ 58'\ 40''$ $= 9{,}3843501$
$18{,}6782896$
log. cos. $80^\circ\ 33'\ 30''$ $= 9{,}2149586$
$9{,}4633310$

Also ist — tang. d. L. d. N. = tang. $16^\circ\, 12'\, 18''$. Daher die Länge des Neunzigsten = $163^\circ\, 47'\, 42''$, oder = 5 Z. $13^\circ\, 47'\, 42''$.

Nun ist

die wahre Länge des ☾ um 9 Uhr 6′	= 7 Z. 25° 47′ 13″ (§. 100.)
davon ab die Länge des Neunzigsten	= 5 Z. 13° 47′ 42″
wahr. Abst. d. ☾ v. N. gegen Ost, u. 9 U. 6′	= 2 Z. 11° 59′ 31″

Endlich ist $\frac{\sin.\beta \sin.(\omega - \varphi)}{\sin.\omega} = \frac{\sin. 49^\circ\, 15'\, 35'' \sin. 75^\circ\, 58'\, 40''}{\sin. 99^\circ\, 26'\, 30''} =$ cos. der Höhe des Neunzigsten.

$$\log.\sin.\ 49^\circ\, 15'\, 35'' = 9{,}8794834$$
$$\log.\sin.\ 75^\circ\, 58'\, 40'' = 9{,}9868620$$
$$19{,}8663454$$
$$\log.\sin.\ 80^\circ\, 33'\, 30'' = 9{,}9940764$$
$$9{,}8722690$$

Also ist cos. der Höhe des Neunz. = cos. $48^\circ\, 10'\, 32''$. Folglich die Höhe des Neunzigsten = $41^\circ\, 49'\, 28''$, um 9 U. 6′.

2) Für das zweite angenommene Zeitmoment, um 10 U. 18′. Für dieses ist $\alpha = 209^\circ\, 11'\, 1''$ (§. 106.)

$$\frac{r \tan g.\ \beta}{\sin.\ \alpha} = \frac{r \tan g.\ 49^\circ\, 15'\, 35''}{\sin.\ 209^\circ\, 11'\, 1''} = \tan g.\ \omega$$

oder $\frac{r \tan g.\ 49^\circ\, 15'\, 35''}{-\sin.\ 29^\circ\, 11'\, 1''} = -\tan g.\ \omega$.

Es ist aber $\log.\tan g.\ 49^\circ\, 15'\, 35'' + \log.\ r = 20{,}0648155$
$$\log.\ \sin.\ 29^\circ\, 11'\, 1'' = 9{,}6880726$$
$$10{,}3767429$$

Daher — tang. ω = — tang. $67^\circ\, 13'\, 2''$ und + tang. ω = + tang. $112^\circ\, 46'\, 58''$. Also $\omega = 112^\circ\, 46'\, 58''$, davon subtrahirt $\varphi = 23^\circ\, 27'\, 50''$, so ist $\omega - \varphi = 89^\circ\, 19'\, 8''$.

Es ist ferner

$\frac{\tan g.\ \alpha \cos.(\omega - \varphi)}{\cos.\ \omega} = \frac{\tan g.\ 209^\circ\, 11'\, 1'' \cos.\ 89^\circ\, 19'\, 8''}{\cos.\ 112^\circ\, 46'\, 58''} =$ tang. der Länge des Neunz.

oder $\frac{\tan g.\ 29^\circ\, 11'\, 1'' \cos.\ 89^\circ\, 19'\, 8''}{-\cos.\ 67^\circ\, 13'\, 2''} =$ — tang. der L. d. N.

Es ist aber log. tang. $29^\circ\ 11'\ 1'' = 9,7470276$
log. cos. $89^\circ\ 19'\ 8'' = 8,0750845$

$17,8221121$
log. cos. $67^\circ\ 13'\ 2'' = 9,5879785$

$8,2341336$

daher ist — tang. $0^\circ\ 58'\ 56'' =$ — tang. der Länge des Neunzigsten, und + tang. $179^\circ\ 1'\ 4'' = +$ tang. der Länge des Neunzigsten. Folglich ist $179^\circ\ 1'\ 4''$ oder 5 Z. $29^\circ\ 1'\ 4'' =$ der Länge des Neunzigsten.

Nun ist 7 Z. $26^\circ\ 31'\ 17''$ die wahre L. d. ☾ um 10 U. 18′ (§. 100.)
davon ab 5 Z. $29^\circ\ \ 1'\ \ 4''$

so ist 1 Z. $27^\circ\ 30'\ 13''$ der wahre Abst. d. ☾ v. Neunz. gegen Osten, um 10 U. 18′.

Endlich ist $\frac{\sin.\beta \sin.(\omega-\varphi)}{\sin.\omega} = \frac{\sin. 49^\circ\ 15'\ 35''\ \sin. 89^\circ\ 19'\ 8''}{\sin. 67^\circ\ 13'\ 2''} =$ cos. der Höhe des Neunzigsten

Nun ist log. sin. $49^\circ\ 15'\ 35'' = 9,8794834$
log. sin. $89^\circ\ 19'\ \ 8'' = 9,9999693$

$19,8794527$
log. sin. $67^\circ\ 13'\ \ 2'' = 9,9647213$

$9,9147314$

also ist $34^\circ\ 44'\ 29''$ die Höhe des Neunzigsten um 10 U. 18′.

3) Für das dritte angenommene Zeitmoment um 11 U. 30′. Für dieses ist $\alpha = 227^\circ\ 14'\ 9''$. (§. 106.)

$$\frac{r\ \text{tang.}\ \beta}{\sin.\ \alpha} = \frac{r\ \text{tang.}\ 49^\circ\ 15'\ 35''}{\sin. 227^\circ\ 14'\ 9''} = \text{tang.}\ \omega$$

oder $\frac{r\ \text{tang.}\ 49^\circ\ 15'\ 35''}{-\sin. 47^\circ\ 14'\ 9''} = -$ tang. ω.

Es ist aber log. tang. $49^\circ\ 15'\ 35'' +$ log. r $= 20,0648155$
log. sin. $47^\circ\ 14'\ 9'' \quad = \ \ 9,8657875$

$10,1990280$

daher — tang. $\omega =$ — tang. $57^\circ\ 41'\ 30''$ und + tang. $\omega = +$ tang. $122^\circ\ 18'\ 30''$. Also $\omega = 122^\circ\ 18'\ 30''$. Davon subtrahirt $\varphi = 23^\circ\ 27'\ 50''$, so ist $\omega - \varphi = 98^\circ\ 50'\ 40''$.

Es ist ferner $\frac{\text{tang.}\,\alpha\,\cos.(\omega-\varphi)}{\cos.\,\omega} = \frac{\text{tang.}\,227^\circ\,14'\,9''\,\cos.\,98^\circ\,50'\,40''}{\cos.\,122^\circ\,18'\,30''}$

= tang. der Länge des Neunzigsten.

Es ist aber log. tang. $47^\circ\,14'\,9'' = 10{,}0339290$
log. cos. $81^\circ\,9'\,20'' = 9{,}1868217$
$19{,}2207507$
log. cos. $57^\circ\,41'\,30'' = 9{,}7279276$
$9{,}4928231$

Nach diesem wäre $17^\circ\,16'\,41''$ die Länge des Neunzigsten, da aber die gerade Aufsteigung der Mitte des Himmels $227^\circ\,14'\,9''$ im dritten Quadranten ist, so kann die Länge des Neunzigsten nicht im ersten Quadranten seyn, und da die gefundene Tangente der Länge des Neunzigsten positiv ist, so kann sie auch nicht im zweiten Quadranten seyn. Folglich ist sie im dritten Quadranten, oder $= 17^\circ\,16'\,41'' + 180^\circ$ oder die Länge des Neunzigsten ist um 11 U. 30' = 6 Z. $17^\circ\,16'\,41''$. Nun ist nach §. 100

die wahre Länge d. ☾ um 11 U. 30' = 7 Z. $27^\circ\,15'\,21''$
davon ab 6 Z. $17^\circ\,16'\,41''$
so ist der wahre Abst. d. ☾ v. Neunz. = 1 Z. $9^\circ\,58'\,40''$
um 11 Uhr 30' gegen Osten.

Endlich ist $\frac{\sin.\,\beta\,\sin.(\omega-\varphi)}{\sin.\,\omega} = \frac{\sin.\,49^\circ\,15'\,35''\,\sin.\,98^\circ\,50'\,40''}{\sin.\,122^\circ\,18'\,30''} =$

cos. der Höhe des Neunzigsten.

Es ist aber log. sin. $49^\circ\,15'\,35'' = 9{,}8794834$
log. sin. $81^\circ\,9'\,20'' = 9{,}9948050$
$19{,}8742884$
log. sin. $57^\circ\,41'\,30'' = 9{,}9269514$
$9{,}9473370$

Also ist $27^\circ\,38'\,59''$ die Höhe des Neunzigsten um 11 U. 30'.

§. 108.

Zehntens ist für jedes der drei angenommenen Zeitmomente, die Horizontalparallaxe des Mondes von der Sonne zu bestimmen, welche man findet, wenn man

man die Horizontalparallaxe der Sonne = 9″ von den, im §. 103. angegebenen drei Horizontalparallaxen des Mondes für dem gegebenen Ort, subtrahirt. Auf diese Art findet man:

1) für 9 Uhr 6′ die Horizontalparallaxe des Monds von der Sonne = 60′ 22″ — 9″ d. i. = 60′ 13″ oder = 3613″,
2) für 10 Uhr 18′ die Horizontalparallaxe des Monds von der Sonne = 60′ 21″ — 9″ d. i. = 60′ 12″ oder 3612″,
3) für 11 Uhr 30′ die Horizontalparallaxe des Monds von der Sonne = 60′ 20″ — 9″ d. i. = 60′ 11″ oder = 3611″.

Anmerkung. Es ist für die Berechnung der folgenden Stücke bequem, wenn man das bisher, vom §. 99. bis §. 108 gefundene gehörig zur bessern Uebersicht in einer Tabelle auf folgende Art ordnet.

	9 Uhr 6 Min.	10 Uhr 18 Min.	11 Uhr 30 Min.
wahre Länge der ☉	7 Z. 26° 55′ 59″	7 Z. 26° 59′ 1″	7 Z. 27° 2′ 3″
wahre Länge des ☾	7 Z. 25° 47′ 13″	7 Z. 26° 31′ 17″	7 Z. 27° 15′ 21″
wahre Breite des ☾	57′ 15″,6	53′ 13″,6	49′ 11″,6
östl. Abst. der ☉ v. Merid.	43° 30′	25° 30′	7° 30′
gerade Aufst. der ☉	234° 37′ 53″	234° 41′ 1″	234° 44′ 9″
ger. Aufst. d. Mitte d. Himmels	191° 7′ 53″	209° 11′ 1″	227° 14′ 9″
Länge des neunzigst. Grads	5 Z. 13° 47′ 42″	5 Z. 29° 1′ 4″	6 Z. 17° 16′ 41″
wahr. Abst. d. ☾ v. 90sten östl.	2 Z. 11° 59′ 31″	1 Z. 27° 30′ 13″	1 Z. 9° 58′ 40″
Höhe des neunz. Gr.	41° 49′ 28″	34° 44′ 29″	27° 38′ 59″
Aequatorialparallaxe d. ☾	60′ 29″	60′ 28″	60′ 27″
Verbesserung dieser Parallaxe.	7″	7″	7″
Horiz. Parall. d. ☾ zu Nürnb.	60′ 22″	60′ 21″	60′ 20″
Horiz. Parall. d. ☉	9″	9″	9″
H. Parall. d. ☾ v. d. ☉ zu Nürnb.	60′ 13″	60′ 12″	60′ 11″

§. 109.

Eilftens ist für jedes der drei angenommenen Zeitmomente die Längenparallaxe des Monds von der Sonne, die scheinbare Länge des Monds von

der Sonne, und der Unterschied der scheinbaren Länge des Monds und der Sonne zu berechnen.

Zur Berechnung der Längenparallaxe gebraucht man die im §. 13. angegebene verbesserte Kepler'sche Formel.

1) Berechnung für das erste angenommene Zeitmoment, um 9 Uhr 6'. Zu dieser Zeit ist die Horizontalparallaxe des Mondes von der Sonne nach §. 108. = 3613". Also ist, wenn man die übrigen erforderlichen Stücke aus der Tabelle des vorigen §. nimmt:

l. H. Parall. d. ☾ v. d. ☉	= log. 3613"	= 3,5578680
l. sin. Höhe des Neunz.	= log. sin. 41° 49' 28"	= 9,8240285 — 10
l. sin. d. Abst. d. ☾ v. N.	= log. sin. 71° 59' 31"	= 9,9781865 — 10
erste Zahl 2291",3		3,3600830

l. a	= log. sin. 1"	= 4,6855749 — 10
2 l. H. Parall. d. ☾ v. d. ☉	= 2 log. 3613"	= 7,1157360
2 l. sin. Höhe d. N.	= 2 log. sin. 41° 49' 28"	= 19,6480570 — 20
l. sin. Abst. d. ☾ v. N.	= log. sin. 71° 59' 31"	= 9,9781865 — 10
l. cos. ☾ Abst. d. v. N.	= log. cos. 71° 59' 31"	= 9,4901702 — 10
		0,9177246

Zweite Zahl 8",3
dazu die erste Zahl 2291",3
Summe 2299",6 oder = 38' 19",6.

Folglich ist um 9 Uhr 6' die Längenparallaxe des ☾ v. d. ☉ = 38' 19",6. Weil nun der Mond gegen Osten von dem neunzigsten Grad der Ecliptik absteht, so wird diese Längenparallaxe zur wahren Länge des Monds von der Sonne addirt, um die schb. L. d. ☾ v. d. ☉ für diese Zeit zu erhalten.

Nun ist

wahre Länge des ☾ um 9 Uhr 6'	= 7 Z. 25° 47' 13"
dazu die Längenparallaxe	= 38' 19",6
so ist schb. Länge d. ☾ v. d. ☉ um 9 U. 6'	= 7 Z. 26° 25' 32",6
Es ist aber die wahre L. d. ☉ für diese Zeit	= 7 Z. 26° 55' 59"
Unterschied d. schb. Länge d. ☾ u. d. ☉	= 30' 26",4

Der Mond steht also um 9 U. 6' von der Sonne 30' 26",4 gegen Westen scheinbar ab.

2) Berechnung für das zweite angenommene Zeitmoment um 10 Uhr 18′. Zu dieser Zeit ist die Horizontalparallaxe des Mondes von der Sonne = 3612″, (nach §. 108.) Also ist, wenn man die übrigen erforderlichen Stücke aus der Tabelle des vorigen §. nimmt:

l. H. Parall. d. ☾ v. d. ☉	= log. 3612″	= 3,5577477
l. sin. Höhe des Neunz.	= log. sin. 34° 44′ 29″	= 9,7557782 — 10
l. sin. Abst. d. ☾ v. Neunz.	= log. sin. 57° 30′ 13″	= 9,9260466 — 10
		3,2395725
erste Zahl 1736″,1		

l. a	= log. 1″	= 4, 6855749 — 10
2 l. H. Parall. d. ☾ v. d. ☉	= 2 log. 3612″	= 7, 1154954
2 l. sin. Höhe d. Neunz.	= 2 log. sin. 34° 44′ 29″	= 19, 5115564 — 20
l. sin. Abst. d. ☾ v. N.	= log. sin. 57° 30′ 13″	= 9, 9260466 — 10
l. cos. Abst. d. ☾ v. N.	= log. cos. 57° 30′ 13″	= 9, 7301736 — 10
		0, 9688469

zweite Zahl	9″,3
dazu die erste Zahl	1736″,1
Summe	1745″,4 oder = 29′ 5″,4.

Folglich ist um 10 Uhr 18′ die Längenparallaxe des Monds von der Sonne = 29′ 5″,4. Weil nun der Mond gegen Osten von dem neunzigsten Grad der Ecliptik absteht, so wird diese Längenparallaxe zur wahren Länge des Mondes addirt, um die scheinbare Länge des Monds von der Sonne für diese Zeit zu erhalten. Nun ist

wahre Länge d. ☾ um 10 Uhr 18′	= 7 Z. 26° 31′ 17″
dazu die Längenparallaxe	= 29′ 5″,4
so ist schb. Länge d. ☾ v. d. ☉ um 10 U. 18′	= 7 Z. 27° 0′ 22″,4
Es ist aber die wahre Länge d. ☉ f. d. Zeit	= 7 Z. 26° 59′ 1″
Unterschied der scheinb. Länge d. ☾ u. d. ☉	= 1′ 21″ 4.

Der Mond steht also um 10 Uhr 18′ von der Sonne 1′ 21″,4 scheinbar ab, und zwar steht er gegen Osten von der Sonne, weil seine scheinbare Länge größer ist als die der Sonne.

3) Berechnung für das dritte angenommene Zeitmoment, um 11 Uhr 30′. Zu dieser Zeit ist nach §. 108. die

Horizontalparallaxe des Monds von der Sonne = 3611″. Also ist, wenn man die übrigen erforderlichen Stücke aus der Tabelle des vorigen §. nimmt:

l. H. Parall. d. ☾ v. d. ☉	= log. 3611″	= 3,5576275
l. sin. Höhe des Neunz.	= log. sin. 27° 38′ 59″	= 9,6665787 — 10
l. sin. Abst. d. ☾ v. Neunz.	= log. sin. 39° 58′ 40″	= 9,8078667 — 10
		3,0320729
erste Zahl	1076″,6	

l. a	= log. 1″	= 4,6855749 — 10
2 l. H. Parall. d. ☾ v. d. ☉	= 2 log. 3611″	= 7,1152550
2 l. sin. Höhe d. Neunz.	= 2 log. sin. 27° 38′ 59″	= 19,3331574 — 20
l. sin. Abst. ☾ v. Neunz.	= log. sin. 39° 58′ 40″	= 9,8078667 — 10
l. cos. Abst. ☾ v. Neunz.	= log. cos. 39° 58′ 40″	= 9,8843952 — 10
		0,8262492

Zweite Zahl	6″,7	
dazu die erste Zahl	1076″,6	
Summe	1083″,3	oder = 18′ 3″,3.

Folglich ist um 11 Uhr 30′ die Längenparallaxe des Mondes von der Sonne = 18′ 3″,3. Da aber der Mond von dem Neunzigsten gegen Ost zu absteht, so addire man diese Längenparallaxe zur wahren Länge des Monds für diese Zeit, so ist die Summe die scheinbare Länge des Monds von der Sonne für diese Zeit. Nun ist

die wahre Länge d. ☾ um 11 U. 30′	= 7 Z. 27° 15′ 21″
dazu die Längenparallaxe	= 18′ 3″,3
so ist d. scheinb. L. d. ☾ v. d. ☉ um 11 U. 30′	= 7 Z. 27° 33′ 24″,3
Es ist aber die wahre L. d. ☉ für diese Zeit	= 7 Z. 27° 2′ 3″
Unterschied der scheinb. Länge d. ☾ v. d. ☉	= 31′ 21″,3

Also steht um 11 U. 30′ der Mond 31′ 21″,3 gegen Osten von der Sonne scheinbar ab.

§. 110.

Zwölftens ist für jedes der drei angenommenen Zeitmomente, die Breitenparallaxe des Mondes von der Sonne und daraus die scheinbare Breite des Monds von der Sonne zu berechnen.

Zur Berechnung der Breitenparallaxe des Monds von der Sonne gebraucht man die im §. 29. angegebene verbesserte Kepler'sche Formel.

1) Berechnung für das erste angenommene Zeitmoment, um 9 Uhr 6′. Zu dieser Zeit ist die Horizontalparallaxe des Monds von der Sonne nach §. 108 = 3613″, und die wahre Breite des Monds = 57′ 15″,6 nördlich (§. 101.) Also ist, wenn man die übrigen erforderlichen Stücke aus der Tabelle des §. 108 nimmt:

l. Horiz. Parall. d. ☾ v. d. ☉	= log. 3613″	= 3,5578680
l. cos. Höhe des Neunz.	= log. cos. 41° 49′ 28″	= 9,8722679 — 10
		3,4301359
erste Zahl 2692″,4		
l. H. Parall. d. ☾ v. d. ☉	= log. 3613″	= 3,5578680
l. sin. d. Höhe d. Neunz.	= log. sin. 41° 49′ 28″	= 9,8240285 — 10
l. sin. d. wahren Br. d. ☾	= log. sin. 57′ 15″,6	= 8,2214811 — 10
l. cos. Abst. d. ☾ v. N.	= log. cos. 71° 59′ 31″	= 9,4901702 — 10
zweite Zahl = 12″,4		1,0935478
l. a	= log. sin. 1″	= 4,6855749 — 10
2 l. H. Parall. d. ☾ v. d. ☉	= 2 log. 3613″	= 7,1157360
l. sin. Höhe des Neunz.	= log. sin. 41° 49′ 28″	= 9,8240285 — 10
l. cos. Höhe des Neunz.	= log. cos. 41° 49′ 28″	= 9,8722679 — 10
l. cos. Abst. ☾ v. Neunz.	= log. cos. 71° 59′ 31″	= 9,4901702 — 10
dritte Zahl 9″,7		0,9877775

dazu die erste Zahl 2692″,4

2702″,1

ab die zweite Zahl 12″,4

also ist 2689″,7 oder 44′ 49″,7 die Breitenparallaxe des Monds von der Sonne um 9 U. 6′.

Nun ist die wahre Breite d. ☾ um 9 U. 6′ = 57′ 15″,6 nördlich.
davon ab die Breitenparallaxe = 44′ 49″,7

so ist die scheinb. Breite d. ☾ v. d. ☉ um 9 U. 6′ = 12′ 25″,9 nördlich.

2) Berechnung für das zweite angenommene Zeitmoment, um 10 Uhr 18′. Zu dieser Zeit ist die Horizontalparallaxe des Monds von der Sonne nach §. 108. = 3612″ und die wahre Breite des Monds = 53′ 13″,6 nördlich (§. 101.)

Also ist, wenn man die übrigen erforderlichen Stücke aus der Tabelle im §. 108 nimmt:

l. H. Parall. d. ☾ v. d. ☉	= log. 3612	= 3,5577477
l. cos. Höhe d. Neunz.	= log. cos. 34° 44′ 29″	= 9,9147304 — 10
		3,4724781
erste Zahl 2968″,1		

l. H. Parall. d. ☾ v. d. ☉	= log. 3612″	= 3,5577477
l. sin. Höhe des Neunz.	= log. sin. 34° 44′ 29″	= 9,7557782 — 10
l. sin. d. wahren Breite d. ☾	= log. sin. 53′ 13″,6	= 8,1898375 — 10
l. cos. Abst. d. ☾ v. Neunz.	= log. cos. 57° 30′ 13″	= 9,7301736 — 10
zweite Zahl 17″,1		1,2335370

l. a	= log. sin. 1″	= 4,6855749 — 10
2 l. H. Parall. d. ☾ v. d. ☉	= 2 log. 3612″	= 7,1154954
l. sin. Höhe d. Neunz.	= log. sin. 34° 44′ 29″	= 9,7557782 — 10
l. cos. Höhe d. Neunz.	= log. cos. 34° 44′ 29″	= 9,9147304 — 10
l. cos. Abst. d. ☾ v. Neunz.	= log. cos. 57° 30′ 13″	= 9,7301736 — 10
dritte Zahl 15″,9		1,2017525

dazu die erste Zahl 2968″,1

2984″

ab die zweite Zahl 17″,1

also ist 2966″,9 oder 49′ 26″,9 die Breitenparallaxe des ☾ v. d. ☉ um 10 U. 18′.

Nun ist die wahre Breite d. ☾ um 10 U. 18′ = 53′ 13″,6 nördlich
davon ab die Breitenparallaxe 49′ 26″,9

so ist die schb. Breite d. ☾ v. d. ☉ um 10 U. 18′ = 3′ 46″,7 nördlich

3) Berechnung für das dritte angenommene Zeitmoment, um 11 Uhr 30′. Zu dieser Zeit ist die Horizontalparallaxe des Monds von der Sonne nach §. 108. = 3611″, und die wahre Breite des Monds = 49′ 11″,6 nördlich (§. 101.) Also ist, wenn man die übrigen erforderlichen Stücke aus der Tabelle im §. 108. nimmt:

l. H. Parall. d. ☾ v. d. ☉	= log. 3611″	= 3,5576275
l. cos. Höhe des Neunz.	= log. cos. 27° 38′ 59″	= 9,9473363 — 10
erste Zahl 3198″,6		3,5049638

l. H. Parall. d. ☾ v. d. ⊙	= log. 3611″	= 3,5576275
l. sin. Höhe des Neunz.	= log. sin. 27° 38′ 59″	= 9,6665787 — 10
l. sin. der wahren Br. d. ☾	= log. sin. 49′ 11″,6	= 8,1556172 — 10
l. cos. Abst. ☾ vom Neunz.	= log. cos. 39° 58″ 40″	= 9,8843952 — 10
Zweite Zahl 18″,4		1,2642186

l. a	= log. sin. 1″	= 4,6855749 — 10
2 l. H. Parall. d. ☾ v. d. ⊙	= 2 log. 3611″	= 7,1152550
l. sin. Höhe. d. N.	= log. sin. 27° 38′ 59″	= 9,6665787 — 10
l. cos. Höhe d. N.	= log. cos. 27° 38′ 59″	= 9,9473363 — 10
l. cos. Abst. ☾ v. Neunz.	= log. cos. 39° 58′ 40″	= 9,8843952 — 10
dritte Zahl 19″,9		1,2991401

dazu die erste Zahl 3198″,6

3218″,5

ab die zweite Zahl 18″,4

3200″,1 oder 53′ 20″,1 die Breitenparallaxe d. ☾ v. d. ⊙ um 11 U. 30′.

Nun ist die wahre Breite d. ☾ um 11 U. 30′ = 49′ 11″,6 nördlich
diese ab von der Breitenparallaxe 53′ 20″,1
so ist die schb. Breite d. ☾ v. d. ⊙ um 11 U. 30′ = 4′ 8″,5 südlich.

§. 111.

Endlich ist für die angenommenen drei Zeitmomente der scheinbare Höhenhalbmesser des Mondes und die Summe der scheinbaren Halbmesser der Sonne und des Mondes zu berechnen.

Diese Berechnung wird so geführt, wie im §. 36. gezeigt worden ist. Dabei dürfen die Logarithmen des Sinus der Höhe des Neunzigsten und des Cosinus des Abstandes des Monds vom Neunzigsten nur aus den 3 Beispielen im §. 110. für die gehörigen Zeitmomente genommen werden.

1) Berechnung für das erste Zeitmoment, um 9 U. 6′.

log. $\frac{240}{131}$		= 0,2629399
log. sin. hor. ☾ Durchm.	= log. sin. 32′ 56″	= 7,9813538 — 10
log. sin. Höhe d. N.	= log. sin. 41° 49′ 28″	= 9,8240285 — 10
log. cos. Abst. ☾ v. N.	= log. cos. 71° 59′ 31″	= 9,4901702 — 10
		27,5584924 — 30
	oder	1,5584924 — 4

die zugehörige Zahl nebst dem add. 1 ist = 1,0036
multiplicirt mit $\frac{1}{2}$ d = 16′ 28″ (§. 7.) = 988″

90324
8028
802

991″,54

Also ist der vergrößerte scheinbare Höhenhalbmesser des Mondes = 991″,5 oder = 16′ 31″,5. Nun ist der scheinbare Halbmesser der Sonne = 16′ 14″ (§. 7.) folglich ist die Summe der beiden scheinbaren Halbmesser der Sonne und des Mondes = 16′ 31″,5 + 16′ 14″ oder = 32′ 45″,5.

2) Berechnung für das zweite Zeitmoment, um 10 U. 18′.

log. $\frac{240}{131}$		= 0,2629399
log. sin. h. ☾ Durchm.	= log. sin.	32′ 56″ = 7,9813538 — 10
log. sin. Höhe d. N.	= log. sin. 34°	44′ 29″ = 9,7557782 — 10
log. cos. Abst. ☾ v. N.	= log. cos. 57°	30′ 13″ = 9,7301736 — 10
		27,7302455 — 30
	oder	1,7302455 — 4

die zugehörige Zahl, und dazu 1 ist = 1,0053
multiplicirt mit $\frac{1}{2}$ d = 988″

90477
8042
804

993″,23

Also ist der vergrößerte scheinb. Höhenhalbmesser für diese Zeit = 993″ oder = 16′ 33″. Also die Summe der scheinbaren Halbmesser der Sonne und des Mondes = 16′ 14″ + 16′ 33″ oder = 32′ 47″.

3) Berechnung für das dritte Zeitmoment, um 11 U. 30′.

log. $\frac{240}{131}$		= 0,2629399
log. sin. h. ☾ Durchm.	= log. sin.	32′ 56″ = 7,9813538 — 10
log. sin. Höh. d. N.	= log. sin. 27°	38′ 59″ = 9,6665787 — 10
log. cos. Abst. ☾ v. N.	= log. cos. 39°	58′ 40″ = 9,8843952 — 10
		27,7952676 — 30
	oder	1,7952676 — 4

die zugehörige Zahl + 1 ist = 1,0062
multiplicirt mit ½ d = 988″

90558
8049
804

994″,11 = 16′ 34″.

Also ist die Summe des scheinbaren Halbmessers der Sonne und des scheinbaren Höhenhalbmessers des Monds für diese Zeit = 16′ 14″ + 16′ 34″ = 32′ 48″.

§. 112.

Wenn nun die vom §. 109 an, bis §. 111 berechneten Stücke in die Tabelle des §. 108 nach und nach eingetragen worden sind, so wird diese Tabelle vollständig seyn, und folgende Form haben.

	9 Uhr 6 Min.	10 Uhr. 18 Min.	11 Uhr. 30 Min.
wahre Länge der ☉	7 Z. 26° 55′ 59″	7 Z. 26° 59′ 1″	7 Z. 27° 2′ 3″
wahre Länge des ☾	7 Z. 25° 47′ 13″	7 Z. 26° 31′ 17″	7 Z. 27° 15′ 21″
wahre Breite des ☾	57′ 15″,6	53′ 13″,6	49′ 11″,6
östl. Abst. d. ☉ v. Mer.	43° 30′	25° 30′	— 7° 30′
gerade Aufst. der ☉	234° 37′ 53″	234° 41′ 1″	234° 44′ 9″
ger. Aufst. d. M. d. H.	191° 7′ 53″	209° 11′ 1″	227° 14′ 9″
Länge des neunz. Gr.	5 Z. 13° 47′ 42″	5 Z. 29° 1′ 4″	6 Z. 17° 16′ 41″
wah. Abst. d. ☾ v. 90° östlich	2 Z. 11° 59′ 31″	1 Z. 27° 30′ 13″	1 Z. 9° 58′ 40″
Höhe des neunz. Gr.	41° 49′ 28″	34° 44′ 29″	27° 38′ 59″
Aequatorialpar. d. ☾	60′ 29″	60′ 28″	60′ 27″
Verb. dieser Parall.	7″	7″	7″
H. Par. d. ☾ zu Nrb.	60′ 22″	60′ 21″	60′ 20″
Hor. Parall. d. ☉	9″	9″	9″
H. Parall. d. ☾ v. d. ☉ zu Nürnb.	60′ 13″	60′ 12″	60′ 11″
Längenpar. d. ☾ v. d. ☉	38′ 19″,6	29′ 5″,4	18′ 3″,3
schb. Länge d. ☾ v. d. ☉	7 Z. 26° 25′ 32″,6	7 Z. 27° 0′ 22″,4	7 Z. 27° 33′ 24″,3
Untersch. d. scheinb. L. d. ☾ und d. ☉	☾ westl. 30′ 26″,4	☾ östl. 1′ 21″,4	☾ östl. 31′ 21″,3
Breitenp. d. ☾ v. d. ☉	44′ 49″,7	49′ 26″,9	53′ 20″,1
schb. Br. d. ☾ v. d. ☉	nördl. 12′ 25″,9	nördl. 3′ 46″,7	südl. 4′ 8″,5
schb. hor. Halbm. d. ☾	16′ 28″	16′ 28″	16′ 28″
schb. höh. Halbm. d. ☾	16′ 31″,5	16′ 33″	16′ 34″
schb. Halbm. d. ☉	16′ 14″	16′ 14″	16′ 14″
Summe der scheinb. Halbm. d. ☉ u. d ☾	32′ 45″,5	32′ 47″	32′ 48″

§. 113.

Hierauf nimmt man bei jedem der gewählten drei Zeitmomente zwei Zeiten an, die von dem entsprechenden Zeitmoment gleichweit, aber nicht beträchtlich, höchstens um zehn Minuten, oder auch nur um fünf oder sechs Minuten abstehen. Es hängt nemlich die Größe dieser Zeiträume von der Genauigkeit der Resultate bei der vorläufigen Bestimmung des Anfangs, des Mittels und des Endes der Sonnenfinsterniß ab. Wenn diese Resultate blos vermittelst einer Zeichnung, die entweder nicht mit der gehörigen Sorgfalt, oder nach einem zu kleinen Maasstab verfertigt wurde, gefunden worden sind, so können die Resultate in gewissen Fällen wohl um drei bis vier Minuten von der Wahrheit abweichen, folglich müssen alsdann die gedachten Zeiträume größer angenommen werden. Eben so, wenn die vorläufige Bestimmung durch trigonometrische Rechnung, die der im §. 91. bis §. 93 angegebenen ähnlich ist, gefunden, aber die Zeit des Anfangs und des Endes vermittelst eines rechtwinklichen Dreiecks, dessen eine Cathete ein Stück der scheinbaren Laufbahn des Mondes, das man dabei unrichtig als parallel mit der Ecliptik annimmt, die andere Cathete die scheinbare Breite des Monds von der Sonne bei der scheinbaren ☌, und die Hypotenuse die Summe der scheinbaren Halbmesser des Monds und der Sonne ist, und nicht so, wie im §. 94 und 95 vermittelst der schiefwinklichen Dreiecke CDG und CDN berechnet wird. Hier kann der Fehler für die Zeit des Anfangs oder des Endes der Finsterniß in gewissen Fällen, z. B. wenn, wie im gegenwärtigen Fall, die scheinbare Laufbahn des Monds mit dessen scheinbarer Breite bei der scheinbaren ☌ einen merklichen schiefen Winkel macht, über vier Minuten steigen. Wenn man hingegen die vorläufige Berechnung so ausführt, wie vom §. 91 bis §. 97 gezeigt wurde, so wird der Fehler für jedes einzelne Resultat, nemlich der Zeit des Anfangs, Mittels und Endes der Sonnenfinsterniß kaum über eine Minute betragen. In diesem Fall kann man also die gedachten

Zeitzwischenräume kleiner annehmen, und sie sollen daher bei dem gegenwärtigen Beispiel von sechs zu sechs Minuten bestimmt werden.

§. 114.

Da die gewählten drei Zeitmomente, 9 Uhr 6′, 10 U. 18′ und 11 Uhr 30′ sind, so sind von 6 zu 6 Minuten folgende Zeiten anzunehmen.

1) Bei dem ersten Zeitmoment 9 Uhr 6′ die Zeiten 9 Uhr und 9 Uhr 12′, wovon die eine 6 Minuten vor dem ersten Zeitmoment, und die zweite 6 Minuten nach demselben fällt.

2) Bei dem zweiten Zeitmoment 10 Uhr 18′ auf ähnliche Art 10 Uhr 12′ und 10 Uhr 24′.

3) Bei dem dritten Zeitmoment 11 Uhr 30′ auf ähnliche Art 11 Uhr 24′ und 11 Uhr 36′.

§. 115.

Für jede dieser so bestimmten sechs Zeiten muß die scheinbare Breite des Monds von der Sonne und der Unterschied der scheinbaren Längen des Monds und der Sonne, oder der Theil der Ecliptik um welchen der auf die Ecliptik reducirte Mittelpunkt des Mondes von dem Mittelpunkt der Sonne abzustehen scheint, gefunden werden. Da nun für die angenommenen drei Zeitmomente diese beiden Stücke schon genau berechnet und in die Tabelle des §. 112 eingetragen worden sind, so kann man für die sechs Zwischenzeiten diese beiden Stücke vermittelst der Interpolationsmethode bestimmen. Wenn nemlich mehrere Zahlen a, b, c u. s. f. beinahe eine arithmetische Reihe eines gewissen Ranges bilden, und das erste Glied der ersten Differenzreihe $= D$, das erste Glied der zweiten Differenzreihe $= d$ ist, und es sollen zwischen a und b eine gewisse Anzahl, nemlich $m - 1$ Glieder eingeschaltet, und das nte dieser eingeschalteten Glieder angegeben werden, so ist, wenn dieses nte ein-

geschaltete Glied = x gesetzt wird, die Interpolationsformel folgende:

$$a + \frac{n}{m} D - \frac{n(m-n)}{2m^2} d = x.$$

§. 116.

Die Anwendung dieser Formel soll zuerst bei der Bestimmung der scheinbaren Breite des Monds von der Sonne für die sechs Zeiten gemacht werden.

Zeitmomente.	Berechnete schb. Br. d. ☾ in der Tabelle.	Erste Differ.	Zweite Differ.
9 Uhr 6′	+ 12′ 25″,9	− 8′ 39″,2	
10 Uhr 18′	+ 3′ 46″,7		+ 44″
11 Uhr 30′	− 4′ 8″,5	− 7′ 55″,2	

Es sey nun die scheinbare Breite des Monds von der Sonne für 9 Uhr 12′ vermittelst der Einschaltungsformel zu berechnen. Hier ist a = 12′ 25″,9, D = − 8′ 39″,2 d = + 44″. Da ferner von 9 Uhr 6′ bis 10 Uhr 18′ genau 1 Stunde 12′ oder 72 Minuten verlaufen, so ist m = 72, und da die Differenz zwischen 9 Uhr 6′ und 9 Uhr 12′ = 6′ ist, so ist n = 6. Wenn also die gesuchte scheinbare Breite des Monds von der Sonne = x gesetzt wird, und diese Zahlen in der Interpolationsformel statt der entsprechenden Buchstaben gehörig substituirt werden, so ist

$$12' 25'',9 + \tfrac{6}{72} (-8' 39'',2) - \frac{6 . 66}{2 . 72 . 72} 44'' = x$$

$$\text{oder } 12' 25'',9 - \tfrac{1}{12} 519'',2 - \frac{3 . 66}{72 . 72} 44'' = x$$

$$\text{oder } 12' 25'',9 - 43'',2 - \frac{11}{24 . 12} 44'' = x.$$

Nun ist 24 . 12 = 288 und 11 . 44″ = 484″,

$$\text{also } \frac{11}{24 . 12} 44'' = \frac{484''}{288} = 1'',7 \text{ beinahe, folglich ist}$$

$$12' 25'',9 - (43'',2 + 1'',7) = x$$

$$\text{oder } 12' 25'',9 - 44'',9 = x.$$

Nemlich $\begin{array}{r} 12' \, 25'',9 \\ -\; 44'',9 \\ \hline 11' \, 41'' = x. \end{array}$

Um 9 Uhr 12′ ist also die scheinbare Breite des Monds von der Sonne = 11′41″. Da nun von 9 Uhr 6′ bis 9 Uhr auch sechs Minuten sind, so ist

$12'25'',9 + 44'',9$ oder $13'10'',8$ die scheinbare Breite des Monds von der Sonne um 9 Uhr.

Es sey ferner die scheinbare Breite des Monds von der Sonne für 10 Uhr 24′ zu berechnen. Hier ist $a = 3'46'',7$ $D = -7'55'',2$ und $d = 44''$. Die Zahl m ist wie vorhin $= 72$, und $n = 6$, (weil von 10 Uhr 18′ bis 10 Uhr 24′ genau 6′ verlaufen). Also ist

$$3'46'',7 + \tfrac{6}{72}(-7'55'',2) - \frac{6.66}{2.72.72} 44'' = x$$

$$\text{oder } 3'46'',7 - \tfrac{1}{12}.475'',2 - \frac{11}{24.12} 44'' = x$$

$$\text{oder } 3'46'',7 - (39'',6 + 1'',7) = x$$

$$\text{oder } 3'46'',7 - 41'',3 = x.$$

Um 10 Uhr 24′ ist also die scheinbare Breite des Monds von der Sonne $= 3'5'',4$. Da aber von 10 Uhr 12′ bis 10 Uhr 18′ auch 6′ sind, so ist

$3'46'',7 + 41'',3$ oder $4'28''$ die scheinbare Breite des Monds von der Sonne um 10 Uhr 12′.

Endlich sey die scheinbare Breite des Monds von der Sonne für 11 Uhr 24′ zu berechnen. Hier ist $a = 3'46'',7$ $D = -7'55'',2$ und $d = 44''$. Die Zahl m ist wiederum $= 72$, (weil die Differenz zwischen 10 Uhr 18′ und 11 Uhr 30′ = 72′ ist), aber n ist = 66, denn die Differenz zwischen 10 Uhr 18′ und 11 Uhr 24′ ist = 66 Minuten. Also ist $m - n = 72 - 66 = 6$, und die Formel ist für diesen Fall:

$$3'46'',7 + \tfrac{66}{72}(-7'55'',2) - \frac{66.6}{2.72.72} 44'' = x$$

$$\text{oder } 3'46'',7 - \tfrac{11}{12}.475'',2 - \frac{11}{24.12} 44'' = x$$

oder $3' 46'',7 - (435'',6 + 1'',7) = x$
oder $3' 46'',7 - 7' 17'',3 = x$
d. i. $- 3' 30'',6 = x$.

Um 11 Uhr 24' ist also die schb. Breite d. ☾ v. d. ☉	$= - 3' 30'',6$
Um 11 Uhr 30' ist sie aber	$= - 4' \ 8'',5$
Differenz für 6 Minuten	$= - \ 37'',9$
die schb. Br. d. ☾ v. d. ☉ um 11 U. 30' dazu addirt	$= - 4' \ 8'',5$
so ist die scheinbare Breite d. ☾ um 11 U. 36'	$= - 4' 46'',4$

§. 117.

Auf ähnliche wird der Unterschied der scheinbaren Länge des Monds und der Sonne für die sechs Zeiten bestimmt. Für die drei gewählten Zeitmomente ist nemlich dieser Unterschied nach der gemachten Berechnung, deren Resultate in der Tabelle des §. 112. angegeben sind folgende:

Zeitmomente.	Unterschied der schb. Länge d. ☾ und d. ☉	erste Differ.	zweite Differ.
9 Uhr 6'	$+ 30' 26'',4$	$- 31' 47'',8$	$+ 1' 47'',9$
10 Uhr 18'	$- 1' 21'',4$	$- 29' 59'',9$	
11 Uhr 30'	$- 31' 21'',3$		

Es soll nun dieser Unterschied, oder der scheinbare Abstand des Monds von der Sonne in der Ecliptik gerechnet, für 9 Uhr 12' vermittelst der Einschaltungsformel berechnet werden. Hier ist $a = 30' 26'',4$, $D = - 31' 47'',8$, $d = 1' 47'',9$. Ferner m (wie in dem vorigen Paragraph) $= 72'$ und $n = 6'$. Also ist $m - n = 66$, und

$$30' 26'',4 + \tfrac{6}{72} (- 31' 47'',8) - \frac{6.66}{2.72.72} \cdot 1' 47'',9 = x$$

oder $30' 26'',4 - \frac{1}{12} \cdot 31' 47'',8 - \frac{11}{24.12} \cdot 107'',9 = x$
oder $30' 26'',4 - 2' 39'' - \frac{11}{288} \cdot 107'',9 = x$
oder $30' 26'',4 - (2' 39'' + 4'',1) = x$
also $30' 26'',4 - 2' 43'',1 = x$
und $27' 43'',3 = x$.

Um 9 Uhr 12′ ist also dieser scheinbare Abstand = 2′ 43″,3. Da nun von 9 Uhr 6′ bis 9 Uhr auch 6′ sind, so ist

$30' + 26'',4 + 2' 43'',1$ oder $33' 9'',5$ wofür man $33' 10''$ nehmen kann, der scheinbare Abstand des Monds von der Sonne um 9 Uhr.

Es sey ferner dieser scheinbare Abstand für 10 Uhr 24′ zu berechnen. Hier ist $a = -1' 21'',4$, $D = -29' 59'',9$, $d = +1' 47'',9$, $m = 72$ und $n = 6$. Also ist

$$-1' 21'',4 + \tfrac{6}{72}(-29' 59'',9) - \frac{6.66}{2.72.72} \cdot 1' 47'',9 = x$$

$$\text{oder } -1' 21'',4 - \tfrac{1}{12} \cdot 29' 59'',9 - 4'',1 = x$$

$$\text{folglich } -1' 21'',4 - (2' 29'',9 + 4'',1) = x$$

$$\text{oder } -1' 21'',4 - 2' 34'' = x$$

$$\text{nemlich } -3' 55'',4 = x.$$

Um 10 Uhr 24′ ist also dieser scheinbare östliche Abstand $= -3' 55'',4$. Da aber von 10 Uhr 12′ bis 10 Uhr 18′ auch 6′ sind, so ist

$-1' 21'',4 + 2' 34''$ oder $+1' 12'',6$, wofür man $1' 13''$ setzen kann, der scheinbare Abstand des Monds von der Sonne gegen Westen um 10 Uhr 12′.

Endlich sey dieser scheinbare Abstand für 11 Uhr 24′ zu berechnen. Hier ist $a = -1' 21'',4$, $D = -29' 59'',9$, $d = 1' 47'',9$, $m = 72$ und $n = 66$. Also ist

$$-1' 21'',4 + \tfrac{66}{72}(-29' 59'',9) - \frac{66.6}{2.72.72} \cdot 1' 47'',9 = x$$

$$\text{oder } -1' 21'',4 - \tfrac{11}{12} \cdot 1799'',9 - \tfrac{11}{288} \cdot 107'',9 = x$$

$$\text{oder } -1' 21'',4 - 1649'',9 - 4'',1 = x$$

$$\text{oder } -1' 21'',4 - (27' 29'',9 + 4'',1) = x$$

$$\text{nemlich } -1' 21'',4 - 27' 34'' = x$$

$$\text{d. i. } -28' 55'',4 = x.$$

Um 11 Uhr 24′ ist also dieser scheinbare östliche Abstand des Monds von der Sonne $= -28' 55'',4$. Um 11 Uhr 30′ ist er aber $= -31' 21'',3$. Daher ist die Differenz für $6' = -2' 25'',9$. Dazu den scheinbaren Abstand um 11 Uhr

30′, der = — 31′ 21″,3 ist, addirt, so ist die Summe — 33′ 47″,2 als der scheinbare östliche Abstand des Monds von der Sonne um 11 Uhr 36′ zu betrachten, wofür man — 33′ 47″ setzen kann.

§. 118.

Man ordne hierauf die berechneten Stücke für die angenommenen Zeiten, nebst der Summe der scheinbaren Halbmesser der Sonne und des Mondes in eine Tabelle.

Zeiten.	scheinb. Breite des ☾	schb. Abst. d. ☾ von der ☉	Summe der schb. Halbm. d. ☾ u. d. ☉
9 Uhr 0′	+ 13′ 10″,8	+ 33′ 10″	32′ 45″,5
9 Uhr 6′	+ 12′ 25″,9	+ 30′ 26″,4	32′ 45″,5
9 Uhr 12′	+ 11′ 41″	+ 27′ 43″,3	32′ 45″,5
10 Uhr 12′	+ 4′ 28″	+ 1′ 13″	32′ 47″
10 Uhr 18′	+ 3′ 46″,7	— 1′ 21″,4	32′ 47″
10 Uhr 24′	+ 3′ 5″,4	— 3′ 55″,4	32′ 47″
11 Uhr 24′	— 3′ 30″,6	— 28′ 55″,4	32′ 48″
11 Uhr 30′	— 4′ 8″,5	— 31′ 21″,3	32′ 48″
11 Uhr 36′	— 4′ 46″,4	— 33′ 47″	32′ 48″

§. 119.

Nach der vorläufigen Berechnung im §. 97. ist der scheinbare Anfang der Finsterniß ohngefähr um 9 Uhr 5 Minuten 32 Secunden. Es ist aber nach der Tabelle des vorigen §. die scheinbare Breite des Monds um 9 Uhr = 13′ 10″,8 und um 9 Uhr 6′ = 12′ 25″,9. Folglich die Differenz von beiden für den Zeitraum von 6′ = 44″,9 oder fast ≐ 45″. Man berechne also, wie viel die Differenz der scheinbaren Breiten des Monds für 5′ 32″ beträgt.

6′ : 5′ 32″ = 45″

oder 360″ : 332″ ≐ 45″

oder 8 : 332 = 1

8 | 332 | 41″,5.

Diese

Diese 41″,5 von 13′ 10″,8 subtrahirt, (weil die scheinbare Breite des Mondes abnimmt) so ist 12′29″,3 oder 749″,3 die scheinbare Breite des Monds um 9 Uhr 5′ 32″. Diese Breite sey = b.

§. 120.

Man nehme an, 9 Uhr 5′ 32″ sey die richtige Zeit des Anfangs der Finsterniß, also b die richtige scheinbare Breite, welche der Mond bei dem Anfang der Finsterniß hat, so ist (Figur 11.) wenn sich der Mittelpunkt der Sonne bey diesem Anfang in D und der des Mondes in F befindet, die senkrechte EF = b, die scheinbare Entfernung dieser Mittelpunkte, oder die Summe der scheinbaren Halbmesser der Sonne und des Mondes = DF = s, und der scheinbare Unterschied der Längen der Sonne und des Mondes = DE = a. Folglich ist in dem bei E rechtwinklichen Dreieck DEF $s^2 - b^2 = a^2$ oder $(s+b)(s-b) = a^2$ und $\sqrt{[(s+b)(s-b)]} = a$.

Nun ist nach der Tabelle im §. 118

$$s = 32'45'',5 \text{ oder } = 1965'',5$$

b (nach der Berechnung im §. 119.) = 749″,3

$$\text{also } s+b = 2714'',8$$

$$\text{und } s-b = 1216'',2$$

Es ist aber log. 2714,8 = 3,4337378

log. 1216,2 = 3,0850050

2 | 6,5187428

folglich log. a = 3,2593714

Also a = 1817″ = 30′ 17″. Wenn dieser Werth von a der richtige für den Anfang der Finsterniß ist, so muß der, vermittelst der Tabelle im §. 118 zu berechnende Werth β der zu a gehörigen scheinbaren Breite des Monds = b seyn. Nun fällt a zwischen 30′ 26″74 = f, und zwischen 27′ 43″,3 = g. Zu f aber gehört die scheinbare Breite 12′ 25″,9 = h, und zu g die scheinbare Breite 11′ 41″ = k. Man schließe also

$$f - g : f - a = h - k : z$$

so ist z die Differenz zwischen der scheinbaren Breite h und zwischen der zum scheinbaren in der Ecliptik gerechneten Abstand a gehörigen scheinbaren Breite β, oder es ist $z = h - \beta$. Sodann ist $\beta = h - z$.

Also:

$$f = 30' \, 26'',4 \qquad f = 30' \, 26'',4 \qquad h = 12' \, 25'',9$$
$$g = 27' \, 43'',3 \qquad a = 30' \, 17'' \qquad k = 11' \, 41''$$
$$2' \, 43'',1 \; : \; 9'',4 \; = \; 44'',9 : z$$
oder $163'',1 \; : \; 9'',4 \; = \; 44'',9 : z$
$$9,4$$
$$163,1 \mid 422,06 \mid 2'',5 = z$$

Also von $h = 12' \, 25'',9$
ab $z = 2'',5$
so ist $\beta = 12' \, 23'',4$ oder $= 743'',4$.

Aber b war $= 12' 29'',3$ (§. 119.)

Da also β nicht $= b$ ist, so ist auch a nicht genau der richtige Werth des Unterschieds der scheinbaren Längen des Mondes und der Sonne bei dem Anfang der Finsterniß. Da aber doch β unbeträchtlich von b verschieden ist, so ist auch a dem erwähnten Werth nahe, und man darf also schließen, daß der Anfang der Finsterniß zwischen 9 Uhr 6' und 9 Uhr 12' falle. Man nehme hierauf β statt b, und suche wiederum wie vorhin vermittelst des rechtwinklichen Dreiecks DEF (Fig. 11.) die Seite $DE = \alpha$. Um aber die Rechnung abzukürzen, so überlege man, daß wenn $\beta = b - x$ gesetzt wird, der Werth x sehr klein ist, also dessen Quadrat, nemlich x^2 noch unbeträchtlicher ist, und daß, wenn man in der Formel $s^2 - b^2 = a^2$ statt b den Werth β und statt a den Werth α setzt, man folgende Formel erhält, $s^2 - \beta^2 = \alpha^2$. Da nun $\beta = b - x$ ist, so ist $s^2 - (b-x)^2 = \alpha^2$. Es ist aber $(b-x)^2$ kleiner als b^2, folglich $s^2 - (b-x)^2$ größer als $s^2 - b^2$, also, da $s^2 - b^2 = a^2$ ist, so ist α^2 größer als a^2, daher auch α größer als a. Nun sey $\alpha = a + y$, so ist $s^2 - (b-x)^2 = (a+y)^2$ oder $s^2 - b^2 + 2bx - x^2 = a^2 + 2ay + y^2$. Werden

hierauf x^2 und y^2 als unbeträchtliche Werthe weggelassen, so ist $s^2 - b^2 + 2bx = a^2 + 2ay$, oder $s^2 - a^2 - b^2 + 2bx = 2ay$. Es war aber $s^2 - b^2 = a^2$, daher $s^2 = a^2 + b^2$, folglich ist $2bx = 2ay$ und $bx = ay$, also $\frac{bx}{a} = y$ oder $a : b = x : y$. Dieses y zu a addirt, giebt den gesuchten Werth α. Ist hingegen $\beta = b + x$, so ist α kleiner als a, oder es ist $\alpha = a - y$.

Im gegenwärtigen Fall ist $a = 30' 17'' = 1817''$, $b = 12' 29'',3$ oder $= 749'',3$, und da $\beta = b - x$, so ist $x = b - \beta$. Da nun $a : b = x : y$, so ist $a : b = b - \beta : y$ oder

$$1817'' : 749'',3 = (749'',3 - 743'',4) : y$$

d. i. $1817'' : 749'',3 = 5'',9 : y$

```
          5,9
       --------
        67437
       37465
      -------
1817 ) 4420,87 | 2'',5 sehr nahe = y.
```

Da nun, weil $\beta = b - x$ ist, $\alpha = a + y$ ist, so ist $\alpha = 30' 17'' + 2'',5$ oder $= 30' 19'',5$. Dieser Werth von α ist dem Werth des Unterschiedes der scheinbaren Längen der Sonne und des Monds bei dem Anfang der Finsterniß so nahe, daß man ihn als solchen betrachten darf. Denn wenn man auf ähnliche Art wie vorhin, vermittelst der Tabelle, die zu α gehörige scheinbare Breite B des Mondes sucht, so ist solche $= 12' 24''$. Aber β war $= 12' 23'',4$, folglich ist $B - \beta$ nur $= 0'',6$. Daher B mit β für einerlei zu halten. Also ist für α kein von dem Werth $30' 19'',5$ merklich abweichender mehr zu finden.

Um ferner die Zeit des Anfangs genau zu bestimmen, so sey die Zeit von 6 Minuten, (nemlich von 9 Uhr 6' bis 9 Uhr 12') überhaupt $= t$, f und g sollen das nemliche bedeuten, wie vorhin, so wie auch α. Hierauf schließe man:

$f - g : f - \alpha = t : z$ als der Zeitdifferenz von 9 U. 6' an, bis zu dem Zeitmoment, da der Unterschied der scheinbaren Längen der Sonne und des Monds $= \alpha$ ist. Nemlich die Frage ist eigentlich, wenn der Mond während der Zeit t

sich der Sonne um die Linie f — g nähert, wie viele Zeit = z braucht er, um sich der Sonne um die Linie f — α zu nähern, oder, die scheinbare Bewegung des Monds von der Sonne während der Zeit t verhält sich zur scheinbaren Bewegung des Monds von der Sonne während der Zeit z, wie die Zeit t zur Zeit z. Es ist aber f — g = 2′ 43″,1 = 163″,1 (wie schon vorhin berechnet worden ist), f — α = 30′ 26″,4 — 30′ 19″,5 = 6″,9. Folglich

$$f - g : f - \alpha = t : z$$
$$163''{,}1 : 6''{,}9 = 6' : z$$
oder $$163''{,}1 : 6''{,}9 = 360'' : z$$

$$\begin{array}{r} 360 \\ \hline 414 \\ 207 \\ \hline 163{,}1 \mid 2484{,}0 \mid 15'' \\ 8530 \end{array}$$

Diese Zeitdifferenz zu 9 Uhr 6′ addirt, so giebt die Summe 9 Uhr 6′ 15″ die Zeit des scheinbaren Anfangs dieser Sonnenfinsterniß für Nürnberg an.

§. 121.

Nach der vorläufigen Berechnung im §. 97 ist ferner das scheinbare Ende der Finsterniß ohngefähr um 11 Uhr 32′ 15″, oder 2′ 15″ nach 11 Uhr 30′. Es ist aber nach der Tabelle des §. 118. die scheinbare Breite des Monds um 11 Uhr 30′ = 4′ 8″,5 = h, und um 11 Uhr 36′ = 4′ 46″,4 = k. Folglich die Differenz für 6 Minuten von beiden = 37″,9 = k — h. Man berechne also, wie viel die Differenz der scheinbaren Breiten des Monds für 2′ 15″ beträgt.

$$6' : 2'\,15'' = 37''{,}9$$
oder $$360'' : 135'' = 37''{,}9$$
oder $$8 : 3 = 37''{,}9$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \hline 8 \mid 113''{,}7 \mid 14''{,}2 \end{array}$$

Diese 14″,2 zu h oder zu 4′ 8″,5 addirt, (weil die südliche scheinbare Breite des Monds, wie die Tabelle im §. 118

zeigt, zunimmt), so ist die Summe 4′22″,7 oder 262″,7 die scheinbare Breite des Monds um 11 Uhr 30′ + 2′ 15″ oder um 11 Uhr 32′ 15″. Diese scheinbare Breite des Mondes sey = b.

Man nehme hierauf an, 11 Uhr 32′ 15″ sey die richtige Zeit des scheinbaren Endes der Finsterniß, also b die richtige scheinbare Breite des Monds zur Zeit des Endes der Finsterniß, der Mittelpunkt der Sonne sey zu dieser in G, (11 Fig.) der des Mondes in H, die senkrechte Linie BH sey = b, und schließe weiter so fort, wie im Anfang des §. 120, so ist nach der Tabelle im §. 118.

die Summe s der schb. Halbm. d. ☾ u. d. ☉ = 32′ 48″ = 1968″
und b war nach der Berechnung = 4′ 22″,7 = 262″,7

Summe 2230″,7
Differenz 1705″,3

$$\begin{array}{rl} \log.\ 2230''{,}7 = & 3{,}3484412 \\ \log.\ 1705''{,}3 = & 3{,}2318008 \\ \hline 2\ | & 6{,}5802420 \\ \hline \log.\ a = & 3{,}2901210 \end{array}$$

Also a = 1950″,3 = 32′ 30″,3. Wenn dieser Werth von a, als der scheinbare Abstand des Monds von der Sonne in der Ecliptik, der richtige für das Ende der Finsterniß ist, so muß der, vermittelst der Tabelle im §. 118 zu berechnende Werth β der zu a gehörigen scheinbaren Breite des Monds = b seyn. Nun fällt a zwischen 31′ 21″,3 = f, und zwischen 33′ 47″ = g. Zu f aber gehört die scheinbare Breite 4′ 8″,5 = h, und zu g die scheinbare Breite 4′ 46″,4 = k. Man schließe also f — g : f — a = h — k : z, oder auch g — f : a — f = k — h : z, so ist z die Differenz zwischen der scheinbaren Breite h und der zum scheinbaren in der Ecliptik gerechneten Abstand a gehörigen scheinbaren Breite β, oder z ist = β — h. Also ist h + z = β.

Nun ist $g = 33' 47''$ $a = 32' 30'',3$ $k = 4' 46'',4$

$f = 31' 21'',3$ $f = 31' 21'',3$ $h = 4' 8'',5$

$2' 25'',7 : 1' 9'' = 37'',9 : z$

oder $145'',7 : 69'' = 37'',9 : z$

$$\begin{array}{r} 69 \\ \hline 3411 \\ 2274 \\ \hline 1457 \mid 26151 \mid 17'',9 = z \\ 11581 \\ 13820 \end{array}$$

Also zu $h = 4' 8'',5$
addirt $z = 17'',9$
so ist $\beta = 4' 26'',4$ aber b war $= 4' 22'',7$.

Da also β nicht genau $=$ b ist, so ist auch a nicht genau der richtige Werth des Unterschieds der scheinbaren Längen des Mondes und der Sonne bei dem Ende der Finsterniß. Da aber dennoch β sehr wenig von b, nemlich nur um $3'',7$ verschieden ist, so ist auch a dem gesuchten Werth sehr nahe, und man darf schließen, daß das Ende der Finsterniß zwischen 11 Uhr 30′ und 11 Uhr 36′ fällt. Man nehme hierauf β statt b, und suche wiederum vermittelst des rechtwinklichen Dreiecks DEF (Fig. 11.) die Seite $DE = \alpha$. Um aber die Rechnung abzukürzen, verfahre man, wie im §. 120 gezeigt worden ist, indem man folgende Proportion berechnet:

$$a : b = b - \beta : y$$

$$1950'',3 : 262'',7 = 3'',7 : y$$

$$\begin{array}{r} 3,7 \\ \hline 18389 \\ 7881 \\ \hline 1950'',3 \mid 971'',99 \mid 0'',5 \text{ beinahe} = y. \end{array}$$

Da nun β größer als b ist, so wird α kleiner als a.

Also von $a = 1950'',3$
subtrahirt $y = 0,5$
so ist $\alpha = 1949'',8 = 32' 29'',8$.

Folglich $\alpha - f = 32' 29'',8 - 31' 21'',3 = 1' 8'',5$.

Endlich schließe man nach §. 120.

$$f - g : f - \alpha = t : z$$

oder auch $g - f : \alpha - f = t : z$

nemlich $145''{,}7 : 68''{,}5 = 6' : z$

6

1457 | 4110 | 2'
1196
60
| 71760 | 49''
13480

Diese Zeitdifferenz 2' 49'' zu 11 Uhr 30' addirt, so giebt die Summe 11 U. 32' 49'' die Zeit des scheinbaren Endes dieser Sonnenfinsterniß für Nürnberg.

Wenn man hierauf die Zeit des schb. Anfangs = 9 U. 6' 15''
von der Zeit des scheinbaren Endes = 11 U. 32' 49''
subtrahirt, so ist die Dauer der Finsterniß = 2 St. 26' 34''

§. 122.

Noch ist die Zeit des Mittels der Finsterniß zu berechnen. Diese kann leicht gefunden werden, wenn die scheinbare Breite des Monds zur Zeit der scheinbaren ☌ richtig bestimmt ist. Zu der Zeit der scheinbaren ☌ ist aber der Unterschied der scheinbaren Länge der Sonne und des Mondes = Null, und nach der Tabelle im §. 118. ist um 10 Uhr 12' der Unterschied der scheinbaren Längen der Sonne und des Monds = + 1' 13'' = f und um 10 Uhr 18' = — 1' 21''/4 = g. Also fällt die Zeit der scheinbaren ☌ zwischen 10 Uhr 12' und 10 Uhr 18'. Ferner ist die Differenz zwischen f und g oder g — f = — 1' 21''/4 — 1' 13'' = — 2' 34''/4 oder = — 154''/4. Die Differenz aber zwischen f und dem Unterschied der scheinbaren Längen der Sonne und des Monds zur Zeit der wahren ☌, d. i. 0 — f ist = — f, oder = — 1' 13''.

Nun schließe man:

		Zeit	Zeit
$f - g$	$: f - 0$	$= t$	$: x$
$2' 34''{,}4$	$: 1' 13''$	$= 6'$	$: x$
oder $154''{,}4$	$: 73''$	$= 6'$	$: x$

6

1544 | 4380 | 2'
1292
60
| 77520 | 50''

Diese 2′ 50″ zu 10 Uhr 12′ addirt, so giebt die Summe 10 Uhr 14′ 50″ als die Zeit der scheinbaren ☌ für Nürnberg.

Hierauf berechne man die scheinbare Breite des Monds zur Zeit dieser scheinbaren ☌. Es ist aber die scheinbare Breite des Monds nach der Tabelle im §. 118. um 10 Uhr 12′ = 4′ 28″ = h, und um 10 Uhr 18′ = 3′ 46″,7 = k, also die Differenz dieser Breiten während 6′ = 41″,3 = h — k.

Man schließe daher:

$$f - g : f - o = h - k : z$$

$$154'',4 : 73'' = 41'',3 : z$$

```
                 73
       ─────────────
1544 | 30149 | 19″,5 = z
       14709
        8130
```

sodann von der scheinb. Br. d. ☾ um 10 U. 12′ = 4′ 28″
subtrahirt z = 19″,5
so ist der Rest q = 4′ 8″,5

Dieser Rest ist, weil die scheinbare Breite des Monds abnimmt, die richtige scheinbare Breite des Monds bei der scheinbaren ☌. Auch fällt, wegen dieser Breitenabnahme das Mittel der Finsterniß nach der Zeit der scheinbaren ☌. Nun ist, nach der vorläufigen Berechnung, im §. 97. das Mittel der Finsterniß um 10 Uhr 17′ 12″ angegeben. Für diese beiläufige Zeit des Mittels berechne man nach der Tabelle im §. 118 die scheinbare Breite des Monds. Der Unterschied zwischen 10 Uhr 17′ 12″ und 10 Uhr 12′ ist = 5′ 12″ oder = 312″. Man schließe also:

6′ Zeit, oder 360″ : 312″ = h — k oder 41″,3 : w

```
          41,3
      ────────
          936
          312
         1248
      ────────
360 | 12885″,6 | 35″,8 = w
        2085
        2856
```

Hierauf von der scheinb. Br. d. ☾ um 10 U. 12′ = 4′ 28″
ab w = 35″,8
so ist die scheinbare Breite b bei dem Mittel = 3′ 52″,2

Nun sey (in der neunten Figur) AB ein Stück der Ecliptik und EF der scheinbaren Laufbahn des Mondes. Der Mittelpunkt der Sonne sey in C, der des Mondes in T, ferner seyen CD und PT senkrecht auf AB, und es sey eben die Zeit des Mittels der Finsterniß, so ist CT senkrecht auf EF. Man ziehe TK parallel mit CP, so ist TK senkrecht auf CD. Also verhält sich DK : KT = KT : KC, oder, da CK = PT und DK = CD — PT ist, so verhält sich

$$CD - PT : KT = KT : PT.$$

Es ist aber PT die scheinbare Breite des Monds bei dem Mittel der Finsterniß, oder = b, und da die Zeit des Mittels von der Zeit der scheinbaren ☌ nur unbeträchtlich, höchstens um ein paar Minuten verschieden ist, also die Sonne während dieser kurzen Zeit nur unmerklich ihre Stelle ändert, so kann man annehmen, CD sey die scheinbare Breite des Monds bei der scheinbaren ☌, oder = q, folglich ist CD — PT = q — b. Endlich werde die Linie CP, (welche der gesuchte Unterschied der scheinbaren Längen der Sonne und des Monds zur Zeit des Mittels der Finsterniß und = KT ist), mit a bezeichnet, und diese Werthe in der vorigen Proportion substituirt, so verhält sich

$$q - b : a = a : b$$

also ist $a^2 = (q - b)\,b$ und $a = \sqrt{(q - b)\,b}$.

Nun ist

$$\log. b = \log. 3'\,52'',2 = \log. 232'',2 = 2{,}3658622$$
$$\log. (q - b) = \log. (248'',5 - 232'',2) = \log. 16'',3 = 1{,}2121876$$
$$2 \mid 3{,}5780498$$
$$\text{also } \log. a = 1{,}7890249$$

daher a = 61″,5 oder eigentlich = — 61″,5 weil das Mittel auf die scheinbare ☌ folgt, und die Unterschiede der Längen der Sonne und des Monds vor der Zeit der scheinbaren ☌ positiv sind. Also ist — a = 61″,5.

Wäre der Werth von b ganz genau, so wäre auch 61″,5 der gehörige gesuchte Werth von — a. Allein, da der Werth der scheinbaren Breite b von der vorläufigen Berechnung abhängt, und diese merklich von der Wahrheit abweichen

kann, so muß noch einmal der Werth von a gesucht werden, indem man nach der Tabelle im §. 118 die zu $-61'',5$ gehörige scheinbare Breite des Monds $= \beta$ sucht, und diese in der vorigen Formel statt b substituirt. Dann ist der verbesserte Werth von $a = \alpha = \sqrt{(q-\beta)\beta}$. Es verhält sich aber

$$f-g : f-a = h-k : z$$
$$154'',4 : 73''+61'',5 = 41'',3 : z$$
oder $1544 : 1345 = 41'',3 : z$

```
      41,3
   --------
      4035
     1345
    5380
 ---------
 | 555485 | 35'',9 = z
    9228
    15085
```

Also von $4' \, 28'' = h$
ab $35'',9$
so ist $\beta = 3' \, 52'',1$

Nun ist $q = 4' \, 8'',5$
davon ab $\beta = 3' \, 52'',1 = 232'',1$
so ist $q-\beta = 16'',4$

Also $\log. \beta = \log. 232'',1 = 2,3656751$
$\log. (q-\beta) = \log. 16'',4 = 1,2148438$
$2) \; 3,5805189$
$\log. \alpha = 1,7902594$

Folglich $\alpha = 61'',7$ oder eigentlich $-61'',7$. Aber a war $= -61'',5$. Da also α von a unbeträchtlich verschieden ist, so kann man den Werth von $\alpha = -61'',7$ als den richtigen annehmen.

Um hierauf die Zeit des Mittels zu finden, schließe man:

$$f-g : f-\alpha = t : z$$
$$154'',4 : 73''+61'',7 = 6' : z$$
oder $1544 : 1347 = 6' : z$

```
       6
   -------
 | 8082 | 5'
   362
    60
  -------
 | 21720 | 14''
   6280
```

Folglich ist 10 Uhr 12′ + 5′ 14″ oder 10 Uhr 17′ 14″ die Zeit des Mittels der Finsterniß für Nürnberg.

Erste Anmerkung. Wäre für b ein von der Wahrheit mehr abweichender Werth, z. B. 4′ 6″ statt 3′ 52″,2 angenommen worden, so würde man, vermittelst der gehörigen Substitution in der vorigen Formel, endlich dennoch ein genaues Resultat erhalten, aber man müßte die Substitution der berechneten Werthe von β öfter vornehmen, sodann würde man für das erste a, 24″,8 für α oder das zweite a, 39″,9 für das dritte a, 50″,44 für das vierte a, 56″,32 für das fünfte a, 59″,18 und hierauf noch Werthe erhalten, die den vorhin gefundenen sehr nahe und auch dem wahren Resultat immer näher kommen. Nur muß ein solcher Werth von b der kleiner ist als q, d. h. als die scheinbare Breite des Monds bei der scheinbaren ☌, bei der Rechnung als Annahme zum Grunde gelegt werden.

Zweite Anmerkung. Man kann auch den richtigen Werth von a durch Näherung finden, ohne daß q, nemlich die scheinbare Breite des Mondes bei der scheinbaren ☌, berechnet wird. Denn in dem rechtwinklichen Dreieck CKT, oder in dem mit ihm congruenten Dreieck CPT der 9ten Figur ist die Hypotenuse CT die aus dem Mittelpunkt C der Sonne auf die scheinbare Mondbahn senkrecht gezogene Linie, oder die kleinste Entfernung der Mittelpunkte der Sonne und des Mondes, PT ist die scheinbare Breite des Monds bei dem Mittel = b, und CP = a, also kann man auf ähnliche Art schließen, wie im §. 122 gezeigt wurde, sodann erhält man die in dem angeführten §. hergeleitete Proportion, $q - b : a = a : b$ oder $a : q - b = b : a$. Nun ist $q - b$ die Aenderung der scheinbaren Breite des Monds, und $CP = a$ die Aenderung des Unterschieds der scheinbaren Längen des Monds und der Sonne, für den nemlichen sehr kleinen Zeittheil u, nemlich von der Zeit der scheinbaren ☌ an, bis zur Zeit des Mittels. Aber bei verschiedenen kleinen Zeittheilen sind diese Aenderungen oder Differenzen einander proportional. Nemlich wenn t ein kleiner Zeittheil,

(z. B. 6 Minuten) f der Unterschied der scheinbaren Länge des Monds und der Sonne bei dem Anfang des Zeittheils t, g dieser Unterschied bei dem Ende des Zeittheils t, h die scheinbare Breite des Monds bei dem Anfang des Zeittheils t, k die scheinbare Breite des Monds bei dem Ende des Zeittheils t ist, so verhält sich $f - g : h - k = a : q - b$. Allein da $a : q - b = b : a$, so verhält sich auch $f - g : h - k = b : a$.

Zum Beispiel: Es sey im gegenwärtigen Fall die angenommene scheinbare Breite b des Mondes bei dem Mittel der Finsterniß $= 4' 6'' = 246''$. Man schließe also:

$$f - g : h - k = b : a$$
$$154'',4 : 41'',3 = 246'' : a$$

```
          413
         ----
          738
         246
        984
       ------
1544 | 101598 | 65'',8 = a
         8958
        12380
```

Das gefundene $a = 65'',8$ ist dem richtigen Werth ziemlich nahe, obgleich b beträchtlich von dem wahren Werth der Breite des Monds bei dem Mittel abweicht. Will man den Werth von a genauer finden, so berechne man die scheinbare Breite des Monds β für das gefundene a. Dieses ist eigentlich $= -65'',8$, also $-a = +65'',8$. Nun schließe man:

$$f - g : h - k = f - a : z$$
$$154'',4 : 41'',3 = 73 + 65'',8 : z$$

oder $1544 : 413 = 138'',8 : z$

```
          413
         -----
          4164
         1388
        5552
       --------
1544 | 573244 | 37'',1 = z
        11004
          1964
```

Also von $4' 28'' = h$

ab $z = 37'',1$

so ist $\beta = 3' 50'',9$

Hierauf schließe man zum zweitenmal

$$f-g : h-k = \beta : \alpha$$
$$154{,}4 : 41{,}3 = 3'\,50'',9 : \alpha$$
oder $$1544 : 413 = 230'',9 : \alpha$$

$$\begin{array}{r} 413 \\ \hline 6927 \\ 2309 \\ 9236 \\ \hline 1544 \mid 95361{,}7 \mid 61'',7 = \alpha \\ 2721 \\ 11777 \end{array}$$

Der verbesserte Werth von $a = \alpha = 61'',7$ stimmt ganz mit dem am Ende des §. 122 gefundenen überein. Die Zeit des Mittels wird hierauf eben so, wie am Ende des §. 122 berechnet.

§. 123.

Nun kann die Linie CT (9te Figur) oder die kleinste Entfernung der Mittelpunkte der Sonne und des Mondes bei dem Mittel der Finsterniß gefunden werden. Denn in dem bei K rechtwinklichen Dreieck CKT ist gegeben die Cathete $CK = PT =$ der scheinbaren Breite des Monds bei dem Mittel der Finsterniß $= \beta$, und $KT = CP =$ dem Unterschied der scheinbaren Längen der Sonne und des Mondes bei dem Mittel der Finsterniß $= \alpha$, also ist

$$CT^2 = \alpha^2 + \beta^2$$
und $$CT = \sqrt{(\alpha^2 + \beta^2)}$$
und $$\log. CT = \frac{\log. (\alpha^2 + \beta^2)}{2}$$

Es war aber $\alpha = 61'',7$ also $\alpha^2 = 3807''$ sehr nahe, ferner war $\beta = 232'',1$ also $\beta^2 = 53870''$ sehr nahe

daher $\alpha^2 + \beta^2 = 57677''$

Nun ist log. $57677 = 4{,}7610027$

davon die Hälfte $= 2{,}3805013$

folglich $CT = 240'',16$ oder sehr nahe $= 240'',2$ oder $= 4'\,0'',2$.

§. 124.

Hieraus kann endlich die Größe der Verfinsterung, (wie im §. 87.) gefunden werden. Nemlich es ist die Summe der scheinbaren Halbmesser der Sonne und des Monds = 32' 47" (§. 118) oder = 1967".

Also von 1967"
ab CT = 240",2
Größe der Verfinst. = 1726",8

Diese in Zollen, oder solchen Theilen ausgedrückt, deren der Sonnendurchmesser 12 hat, vermittelst der Proportion, in welcher nach §. 7. der Sonnenhalbmesser = 974" ist,

974" : 1726",8 = 6 Zolle :
6
| 10360,8 | 10 Zolle
620,8
60
| 37248,0 | 38'
8028

Die größte Verfinsterung für Nürnberg, die sich um 10 Uhr 17' 14" ereignet, beträgt also 10 Zolle 38' vom nördlichen Rand der Sonne gegen den südlichen zu, gerechnet.

Zusammenstellung der Resultate.

	1) nach der ersten Methode,	2) nach T. Mayers Methode.
die Zeit des Anfangs der Finst.	9 U. 6' 19"	9 U. 6' 15"
die Zeit der scheinbaren ☌	10 U. 14' 52"	10 U. 14' 50"
die Zeit des Mittels	10 U. 17' 7"	10 U. 17' 14"
die Zeit des Endes der Finst.	11 U. 32' 43"	11 U. 32' 49"
die Dauer der Finsterniß	2 St. 26' 24"	2 St. 26' 34"
die größte Verfinsterung beträgt am nördlichen Rand der Sonne.	X Z. 38'	X Z. 38'

Zusatz.

Will man, um die größte Genauigkeit in den Resultaten, (die vollkommene Richtigkeit der Elemente vorausgesetzt,) zu erhalten, die Bestimmungen der Zeit des scheinbaren Anfangs (9 U. 6' 19''), und des Endes (11 U. 32' 43'') der Finsterniß, die vermittelst der ersten Methode gefunden wurden, noch einer Revision unterwerfen, so suche man die Länge und Höhe des Neunzigsten, nebst den andern erforderlichen Stücken für die angegebenen beiden Zeitmomente, uud verfahre übrigens, wie folgendes Schema zeigt.

	Für die Zeit des Anfangs um 9 Uhr 6' 19''		Für die Zeit des Endes um 11 U. 32' 43''
Höhe des Neunz.	41° 47' 36''		27° 23' 28''
Länge des Neunz.	5 Z. 13° 51' 28''		6 Z. 18° 3' 37''
wahre Länge d. ☾	7 Z. 25° 47' 25''		7 Z. 27° 17'
Also: Abst. d. ☾ v. N.	71° 55' 57''		39° 13' 23''
Horiz. Parall. ☾ v. d. ☉	1° 0' 12''		1° 0' 10''
Längenparall. ☾ v. d. ☉	38' 16'',7		17' 36'',7
dazu wahre L. d. ☾	7 Z. 25° 47' 24'',6		7 Z. 27° 17' 0'',6
also schb. L. d. ☾ v. d. ☉	7 Z. 26° 25' 41'',3		7 Z. 27° 34' 37'',3
davon ab schb. L. ☾ bei d. schb. ☌ um 10 U. 14' 52''	7 Z. 26° 58' 53''		7 Z. 26° 58' 53''
also schb. Bew. ☾ währ. 1 St. 8' 33''	33' 11'',7	schb. Bew. ☾ in 1 St. 17' 51''	35' 44'',3
davon ab die Bew. d. ☉ währ. 1 St. 8' 33''	2' 53'',3	schb. Bew. ☉ in 1 St. 17' 51''	3' 16'',8
also schb. Bew. d. ☾ v. d. ☉ währ. 1 St. 8' 33''	30' 18'',4	schb. Bew. ☾ v. d. ☉ in 1 St. 17' 51''	32' 27'',5
wahre Breite d. ☾	57' 14'',6		49' 2'',4
ab Breitenparall. d. ☾	44' 50'',2		53' 27''
also schb. Br. d. ☾	12' 24'',4	südl.	4' 24'',6
scheinb. Halbm. d. ☉	16' 14''		16' 14''
scheinb. Halbm. d. ☾	16' 31'',5		16' 34''
Summe	32' 45'',5		32' 48''
oder	1965'',5		1968''
die schb. Breite d. ☾	744'',4		264'',6
Summe	2709'',9	Summe	2232'',6
Differenz	1221'',1	Differenz	1703'',4

für die Zeit des Anfangs um 9 U. 6′ 19″

$$\log. 2709{,}9 = 3{,}4329533$$
$$\log. 1221{,}1 = 3{,}0867512$$
$$2 \mid 6{,}5197045$$
$$3{,}2598522$$

dazu gehört die Zahl 1819″,1 oder 30′ 19″,1

Man schließe:

30′ 18″,4 : 30′ 19″,1 = 1 St. 8′ 33″ : x

so findet man x = 1 St. 8′ 35″

Nun ist d. Zeit d. schb. ☌ = 10. U 14′ 52″

davon ab 1 St. 8′ 35″

revidirte Zeit des Anfangs 9 U. 6′ 17″

für die Zeit des Endes um 11 U. 32′ 43″

$$\log. 2232{,}6 = 3{,}3488109$$
$$\log. 1703{,}4 = 3{,}2313166$$
$$2 \mid 6{,}5801275$$
$$3{,}2900637$$

dazu gehört die Zahl 1950″,1 oder 32′ 30″,1

Man schließe:

32′ 27″,5 : 32′ 30″,1 = 1 St. 17′ 51″ : y

so findet man y = 1 St. 17′ 57″

10 U. 14′ 52″

dazu 1 St. 17′ 57″

Ende d. Finst. 11 U. 32′ 49″

Zusammenstellung dieser letzten Resultate.

	Nach der ersten Methode.	Nach Mayers Methode.	Zeitunterschied.
scheinbarer Anf. d. Finst.	9 U. 6′ 17″	9 U. 6′ 15″	+ 2″
scheinbare ☌	10 U. 14′ 52″	10 U. 14′ 50″	+ 2″
Mittel der Finstern.	10 U. 17′ 7″	10 U. 17′ 14″	— 7″
scheinb. Ende der Finst.	11 U. 32′ 49″	11 U. 32′ 49″	0″
scheinb. Dauer d. Finst.	2 St. 26′ 32″	2 St. 26′ 34″	— 2″
Größe der Finsterniß	X Z. 38′	X Z. 38′	0′

Schlußbemerkung.

Die bei der Berechnung der Länge und Höhe des Neunzigsten erforderliche Schiefe der Ecliptik, welche = 23° 27′ 50″ im §. 7. angegeben ist, wurde auf folgende Art bestimmt.

Es sey die gerade Aufsteigung der Sonne = δ, ihre Abweichung = λ und die Schiefe der Ecliptik = φ, so ist

$$10 + \log.\sin.\ \delta - \log.\tan g.\ \lambda = \log.\ \mathrm{cotang.}\ \varphi.$$

Nun ist nach dem Berliner astronomischen Jahrbuch für 1816, die gerade Aufsteigung der Sonne am Mittag des 19ten Novembers = 234° 45′ 3″ und ihre Abweichung = 19° 31′ 6″, also ist δ = 234° 45′ 3″ — 180° oder = 54° 45′ 3″ und λ = 19° 31′ 6″. Folglich

$$\log.\sin.\ \delta = \log.\sin.\ 54^\circ 45' 3'' = 9{,}9120359$$
$$10$$
$$19{,}9120359$$
$$\log.\tan g.\ \lambda = \log.\tan g.\ 19^\circ 31' 6'' = 9{,}5495910$$
$$\log.\ \mathrm{cotang.}\ \varphi = 10{,}3624449$$

Daher ist φ oder die Schiefe der Ecliptik = 23° 27′ 50″.

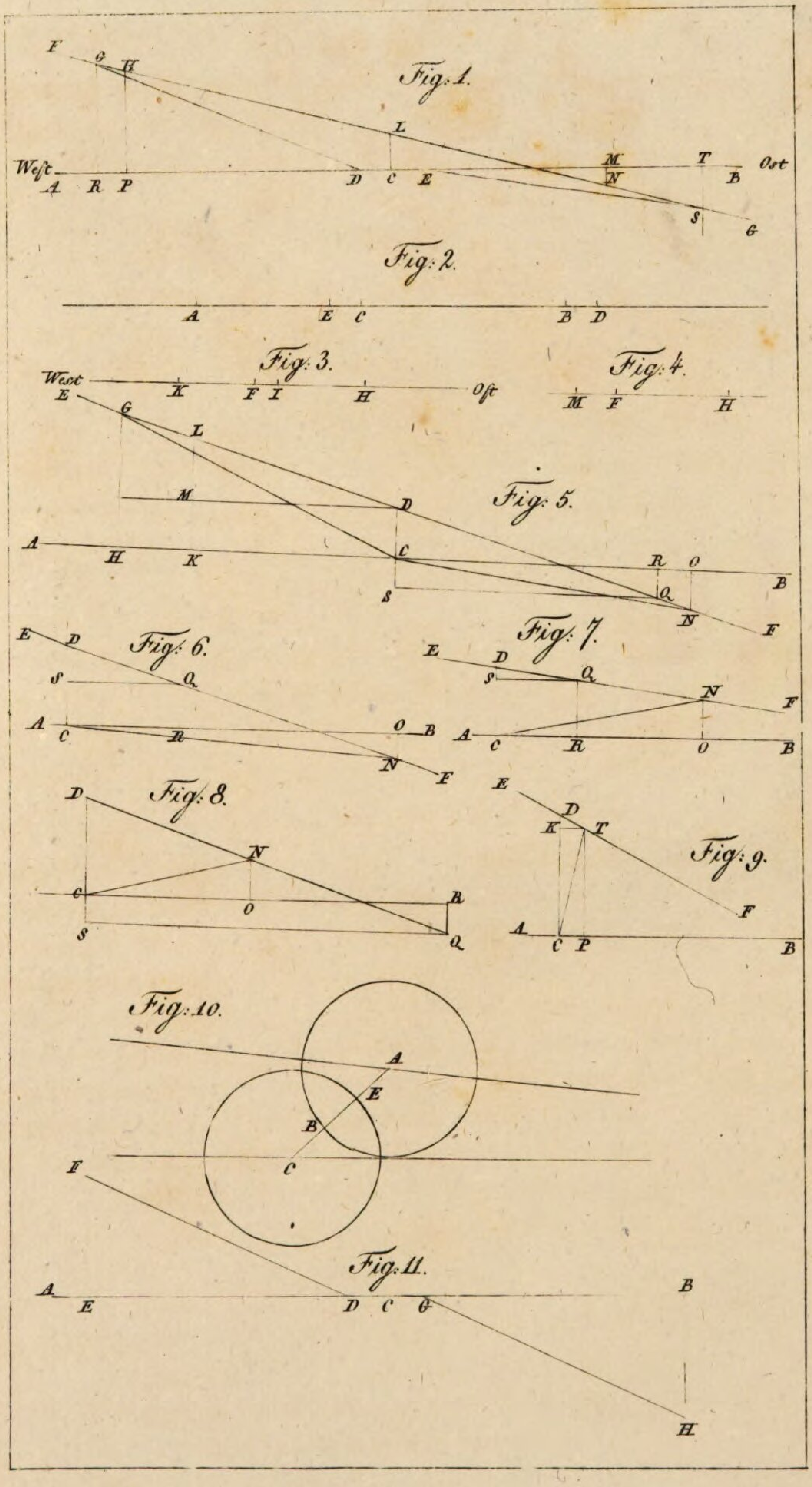
Fig: 1.
West
Ost
Fig: 2.
Fig: 3.
West
Ost
Fig: 4.
Fig: 5.
Fig: 6.
Fig: 7.
Fig: 8.
Fig: 9.
Fig: 10.
Fig: 11.

BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Müller, Johann W.

Ausführliche Anleitung zur trigonometrischen Berechnung des an einem gegebenen Ort der Erdoberfläche sichtbaren Sonnenfinsternisse mit 1 Kupfertafel

Sulzbach 1816

Astr.p. 94 r
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10060601-5